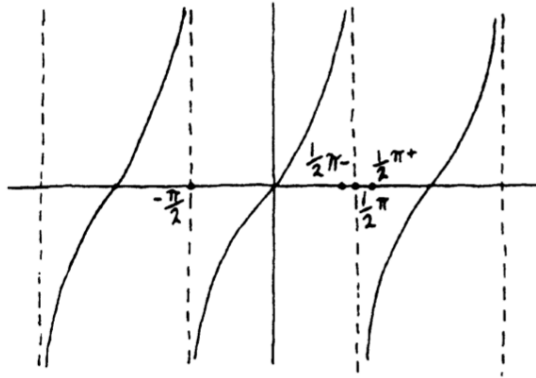


## 2장 극한 연습문제 해답

### 2.1 개요

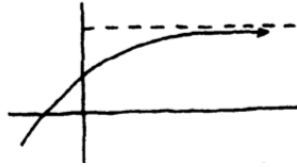
1. (a) 9 ( $x^2$  이 연속함수이므로,  $x = 3$  을 대입)
- (b)  $\infty$
- (c) 1 ( $\cos x$  가 연속함수이므로,  $x = 0$  을 대입)
- (d)  $-\frac{1}{2}\pi$  ( $\tan^{-1} x$  의 왼쪽 그래프의 점근선이  $y = -\frac{1}{2}\pi$  임. 1.4절의 [그림 1-45] 참조)
- (e) 0. 예를 들어  $(\frac{1}{3})^{10000}$  은 0에 매우 가까움
- (f) 극한 없음. 아래 그림을 참고하면  $\frac{1}{2}\pi +$  인 점 (여기에서  $\tan$  는  $-\infty$ ) 과  $\frac{1}{2}\pi -$  인 점 (여기에서  $\tan$  는  $\infty$ ) 을 볼 수 있음. 우극한과 좌극한이 일치하지 않으므로 극한 없음.



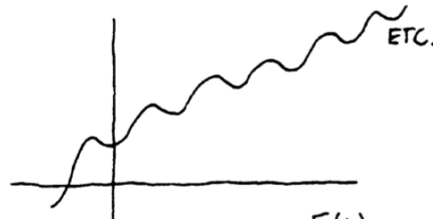
- (g) 9 (함수가 연속이므로  $x = 2$  를 대입)
2. 예를 들면,  $\text{Int } 2.99 = 2$ ,  $\text{Int } 3.01 = 3$  임
  - (a)  $x \rightarrow 3 -$  일 때,  $\text{Int } x$  는 2로 유지되고 극한은 2
  - (b)  $x \rightarrow 3 +$  일 때,  $\text{Int } x$  는 3으로 유지되고 극한은 3
3. 1.2절의 연습문제 1(c) 를 참고
  - (a) -1
  - (b) 1
4. (a) [연습문제 1(f)로부터  $\lim_{x \rightarrow (1/2)\pi -} \tan x = \infty$

(b) 극한 없음. 좌극한( $x \rightarrow (-1/2)\pi -$  일 때)은  $\infty$ . 우극한( $x \rightarrow (-1/2)\pi +$  일 때)은  $-\infty$ .

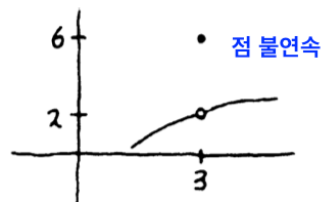
5. (a) 증가함수이지만,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \neq \infty$  인 함수



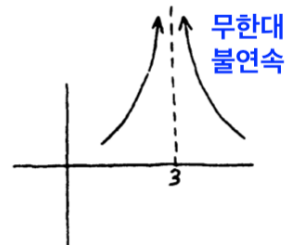
(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  이지만, 증가함수가 아닌 함수



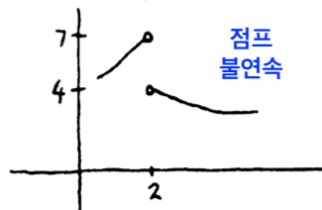
6. 아래 그림 참고



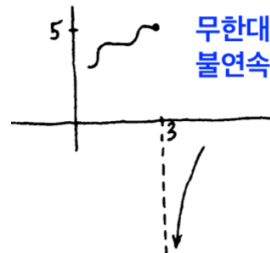
문제 6 (a)



문제 6 (b)

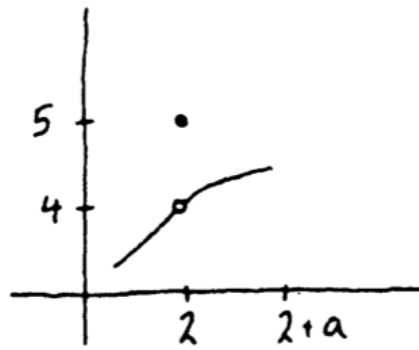


문제 6 (c)



문제 6 (d)

7.  $f$ 가 연속이면 같고,  $a = 0$ 으로 두어 극한을 구한다. 그러나  $f$ 가 불연속이면 같지 않다. 아래 그림에서  $f(2) = 5$ 이지만  $a \rightarrow 0$  일 때,  $2 + a \rightarrow 2$ 이고  $f(2 + a) \rightarrow 4$ 다.



8.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = 1$  (조금 더 정확하게는  $1+$ )

9. (a)  $x$ 가 65 근방이면,  $x$ 는 10의 거듭제곱이 아니고  $f(x) = 1$ 이다. 따라서 극한은 1이다.

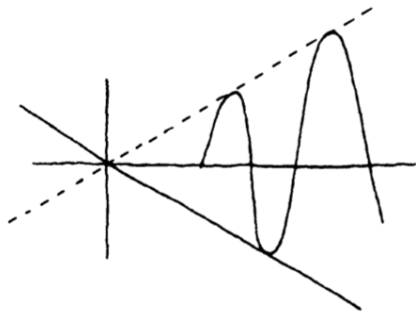
(b)  $x$ 가 100에 가깝지만 정확한 100은 아니라고 한다면,  $x$ 는 10의 거듭제곱이 아니고  $f(x) = 1$ 이다. 따라서 극한은 1이다.

(c) 극한이 없다. 대부분의  $f$  값들은 1이지만,  $x \rightarrow \infty$ 일 때 단속적으로 가끔씩 함숫값이 1이 되면서 어느 한 값으로 유지되지 않는다.

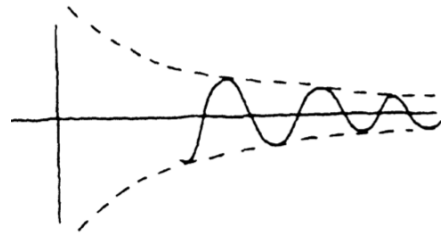
10. 아래 그림 참고

(a) 극한 없음 (심하게 진동)

(b) 극한은 0 (점근적으로  $x$ 축으로 다가가는 감쇠적인 진동)



문제 10 (a)



문제 10 (b)

## 2.2 여러 함수를 조합한 경우의 극한

1. (a) 0

(b)  $-\infty$

(c)  $\infty$

(d)  $\infty$

(e) 0

(f)  $e^0 = 1$

(g)  $1/\infty = 0$

(h)  $\infty$

(i)  $0$

(j)  $-\infty$

2. (a)  $(\ln 0+)^2 = (-\infty)^2 = \infty$

(b)  $1/\infty = 0$

(c)  $0 - (-\infty) = \infty$

(d)  $e^0 = 1$

(e)  $\ln 1 = 0$

(f)  $1/0$ . 분모를 좀 더 주의깊게 살펴봐야 한다. 만일  $x \rightarrow (-4)+$  이면, 분수식은  $1/0+ = \infty$  다. 만일  $x \rightarrow (-4)-$  이면, 분수식은  $1/0- = -\infty$  다. 좌극한과 우극한이 일치하지 않으므로  $x \rightarrow -4$  일 때 극한은 없다.

(g)  $2 \times 6 = 12$

(h)  $e^{-\infty} = 0$

(i)  $x \rightarrow \frac{1}{2}\pi$  일 때,  $\sin x \rightarrow 1-$  이고 분수식은  $3/((1-) - 1) = 3/0- = -\infty$  다.

(j)  $\infty \times \cos 1/\infty = \infty \times \cos 0 = \infty \times 1 = \infty$

(k)  $1/-\infty = 0$

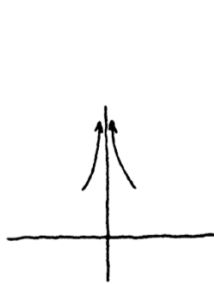
3. 아래 그림 참고

(a)  $1/0+ = \infty$

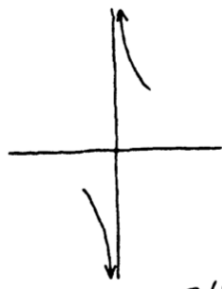
(b)  $x \rightarrow 0+$  이면, 극한은  $1/0+ = \infty$  다.  $x \rightarrow 0-$  이면, 극한은  $1/0- = -\infty$  다.

(c)  $x \rightarrow 1+$  이면,  $x^3$  은  $x$  보다 크고  $x - x^3 \rightarrow 0-$  이므로 극한은  $2/0- = -\infty$  다.

만일  $x \rightarrow 1-$  이면,  $x^3$  은  $x$  보다 작고  $x - x^3 \rightarrow 0+$  이므로 극한은  $2/0+ = \infty$  다.



문제 3 (a)



문제 3 (b)

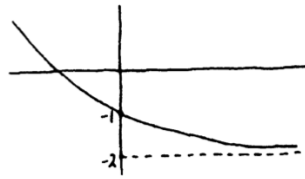


문제 3 (c)

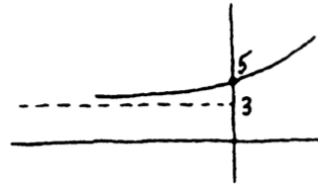
4. 아래 그림 참고

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-3x} - 2 = e^{-\infty} - 2 = -2$ 이고,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-3x} - 2 = e^{\infty} - 2 = \infty - 2 = \infty$  다.  
 $x = 0$  이면  $y = 1 - 2 = -1$ 이다.

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 3 + 2e^{5x} = 3 + 2e^{\infty} = 3 + \infty = \infty$ 이고,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 + 2e^{5x} = 3 + 0 = 3$ 다.  
 $x = 0$  이면  $y = 3 + 2 = 5$ 다.



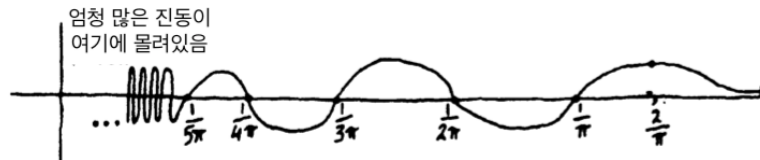
문제 4 (a)



문제 4 (b)

5.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = e^\infty = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = e^{-\infty} = 0$ .  
따라서 무한대 불연속이고 점 불연속이 아니다. 제거 불가능하다.
6. (a)  $x \rightarrow 0^+$  이면,  $1/x \rightarrow \infty$  이고  $\sin 1/x$ 는 1과 -1 사이를 진동한다.  
(b)  $\sin 1/\infty = \sin 0 = 0$   
(c) 몇 개의 점을 찍어보면 다음과 같고 그래프는 아래 그림과 같다.

$x$	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{1}{(3\pi/2)}$	$\frac{1}{2\pi}$	$\frac{1}{3\pi}$	$\dots$
$\frac{1}{x}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	$3\pi$	$\dots$
$\sin \frac{1}{x}$	0	-1	0	0	$\dots$



## 2.3 부정형 극한

- 최고 차수법칙에 의해,  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4) = -\infty$ 다.
- (a) 최고 차수법칙에 의해,  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^{99}/x^{34} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^{65} = \infty$ 다.  
(b) ( $x = 0$ 을 대입하여)  $-\frac{7}{2}$   
(c) ( $x = 1$ 을 대입하여)  $-\frac{4}{3}$
- (a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x/-x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-1) = -1$   
(b)  $1/0^- = -\infty$   
(c)  $1/0^+ = \infty$   
(d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x/-x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) = -1$
- (a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^4/x^4) = \lim_{x \rightarrow \infty} 3 = 3$   
(b)  $x$ 가 1보다 작다면,  $x^4$ 은  $x$ 보다 작기 때문에,  $x^4 - x \rightarrow 0^-$  이고 극한은  $5/0^- = -\infty$ 다.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^2/2x^2) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$
- $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$ . 따라서 극한은 4다.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x/3x^2) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2/3x) = 0$