Chapter 08 z 변환

[Quick Review]

(1) 많은

(2) 인과

(3) ×

(4) 단방향

(5) ○

(6) ×

(7) 시간 이동

(8) ×

(9) $\frac{X(z)}{z}$

(10) ×

(11) 5

(12) ○

(13) ×

(14) 곱

(15) ○

(16) ○

(17) 영점

(18) 극, 안

(19) $z = e^{j\Omega}$

(20) ×

[기초 문제]

8.1 ㉰

8.2 ㉰

8.3 ㉰

8.4 ㉰

8.5 ㉯

8.6

(a) $Y(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a^{n+3}z^{-n}=\frac{a^3 z}{z-a}$

(b) $Y(z)=\sum_{n=0}^{\infty}(n+3)z^{-n}=\frac{z(3z-2)}{(z-1)^2}$

8.7

(a) $X(z)=\sum_{n=0}^{4}(0.5)^n z^{-n}=\frac{z^4+0.5z^3+(0.5)^2z^2+(0.5)^3z+(0.5)^4}{z^4}$

(b) $X(z)=\frac{0.5z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})^2}$, 수렴영역 : $|z|>0.5$

(c) $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]z^{-n}=\frac{z^2}{z^2-1}$

(d) $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]z^{-n}=\frac{z}{z+1}$

8.8

(a) $x[n]=u[n-m] \Leftrightarrow \frac{z}{z^m(z-1)}$

(b) $x[n]=(0.5)^{n+1}u[n-1] \Leftrightarrow z^{-1}\frac{0.25z}{z-0.5}=\frac{0.25}{z-0.5}$

(c) $X(z)=z^{-2}X'(z)=\frac{\sin(\frac{\pi}{8})}{z(z^2-2\cos(\frac{\pi}{8})z+1)}$

(d) $X(z)=X_1(z)X_2(z)=\frac{1}{(z-1)(z-\frac{2}{3})}$

(e) $X(z) = -z\frac{d}{dz}X'(z) = z\frac{(z^2-1)}{(z^2+1)^2}$

(f) $X(z) = \frac{1-(\cos\frac{\pi}{3})0.5z^{-1}}{1-2(\cos\frac{\pi}{3})0.5z^{-1}+0.25z^{-2}} - 1 = \frac{0.25(z-1)}{z^2-0.5z+0.25}$

8.9

(a) $Y(z) = z^{-1}X(z) = \frac{1}{(z+0.5)^2}, \quad |z| > 0.5$

(b) $Y(z) = X(\frac{z}{2}) = \frac{z/2}{(z/2+0.5)^2} = \frac{2z}{(z+1)^2}, \quad |z| > 1$

(c) $Y(z) = -\frac{z}{(z-0.5)^2}, \quad |z| > 0.5$

(d) $Y(z) = X(z) \cdot z^{-2}X(z) = z^{-2}X^2(z) = \frac{1}{z(z+0.5)^4}$

8.10

(a) $y[n] = \sum_{k=0}^{n} x[k]u[n-k] = x[n] * u[n]$

$$Y(z) = X(z)U(z) = \frac{z}{z-1}X(z)$$

(b) $R(z) = \frac{z}{z-1}\frac{1}{z-1} = \frac{z}{(z-1)^2}$

(c) $S(z) = \frac{z}{z-1}\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-1}\frac{1}{z-1} = \frac{z(z-1)}{(z-1)^2} = \frac{z}{z-1}$

8.11

(a) $y[n] = x[-n] = (0.5)^{-n}u[-n]$

(b) $y[n] = (-1)^n x[n]$

(c) $y[n] = u[n] * x[n] = \sum_{k=0}^{n}(0.5)^n$

(d) $y[n] = x[n] * x[n] = (0.5)^n u[n] * (0.5)^n u[n] = (n+1)(0.5)^n$

8.12

(a) $y[n] = \delta[n] + 3\delta[n-1] + 6\delta[n-2] + 5\delta[n-3] + 3\delta[n-4] = [\check{1},\ 3,\ 6,\ 5,\ 3]$

(b) $y[n] = u[n] + u[n-4] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3] + 2u[n-4]$

(c) $y[n] = (n+1)u[n+1] = r[n+1]$

(d) $y[n] = 2u[n] - (\frac{1}{2})^n u[n] = (2-(\frac{1}{2})^n)u[n]$

8.13

(a) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} X(z) = \lim_{z\to\infty} \frac{z}{z^2 - 0.3z - 0.1} = 0$

최종값 : $x[\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z) = \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{z}{z^2 - 0.3z - 0.1} = 0$

(b) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} X(z) = \lim_{z\to\infty} \frac{z(z-0.5)}{x^2 - z + 1} = 1$

최종값 : 없음 (∵ 신호의 극 $\frac{1 \pm j\sqrt{3}}{2}$은 단위원 상에 존재 → 순수 진동)

(c) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} X(z) = \lim_{z\to\infty} \frac{z^2}{z^2 + 1.5z - 1} = 1$

최종값 : 없음 (∵ 신호의 극 $z = -2,\ 0.5$은 단위원 밖에 존재 → 불안정)

(d) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} X(z) = \lim_{z\to\infty} \frac{z(z-0.25)}{z^2 - 0.5z + 0.25} = 1$

최종값 : $x[\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z) = \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{z(z-0.25)}{x^2 - 0.5z + 0.25} = 0$

8.14

(a) $x[n] = 2u[n] - 1.5(0.5)^n u[n] = (2 - 1.5(0.5)^n)u[n]$

(b) $x[n] = 2.5u[n] - 7 \cdot (2)^n u[n] + 4.5 \cdot (3)^n u[n]$

(c) $x[n] = 2u[n] - (0.5)^n u[n] = (2 - (0.5)^n)u[n]$

(d) $x[n] = \frac{1}{4}(-1)^n u[n] + \frac{3}{4}u[n] + \frac{1}{2}nu[n] = \frac{1}{4}((-1)^n + 3 + 2n)u[n]$

(e) $x[n] = (\frac{\sqrt{2}}{2})^n \cos(\frac{\pi}{4}n) + (\frac{\sqrt{2}}{2})^n \sin(\frac{\pi}{4}n) = \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2})^n \cos(\frac{\pi}{4}n - \frac{\pi}{4})$

(f) $x[n] = \frac{1}{2}(-1)^n u[n] + \frac{1}{2}n^2 u[n] + \frac{1}{2}nu[n] - u[n] = \frac{1}{2}((-1)^n + n^2 + n - 2)u[n]$

8.15

(a) $y[n] = \frac{4}{5}(\frac{1}{3})^n u[n] + \frac{6}{5}(-\frac{1}{2})^n u[n]$

(b) $y[n] = \left[\frac{1}{3}(\frac{1}{3})^n u[n]\right] + \left[\frac{4}{5}(\frac{1}{3})^n u[n] + \frac{6}{5}(-\frac{1}{2})^n u[n]\right] = \frac{17}{15}(\frac{1}{3})^n u[n] + \frac{6}{5}(-\frac{1}{2})^n u[n]$

※ (a)와 (b)를 통해 초기 조건의 유무에 따른 출력의 차이를 확인할 수 있다.

(c) $y[n] = \left(-\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1\right)u[n]$

(d) $y[n] = \frac{3}{10}(\frac{1}{2})^n u[n] + \frac{11}{30}(-\frac{1}{3})^n u[n] + \frac{1}{2}(\frac{1}{3})^n u[n]$

8.16

(a) (1) 전달함수

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{z-\frac{3}{4}}{(z-\frac{1}{4})(z+\frac{1}{2})}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n]=-\frac{2}{3}(\frac{1}{4})^n u[n]+\frac{5}{3}(-\frac{1}{2})^n u[n]=\frac{1}{3}(5(-\frac{1}{2})^n-2(\frac{1}{4})^n)u[n]$$

(3) 차분방정식

$$y[n]+\frac{1}{4}y[n-1]-\frac{1}{8}y[n-2]=x[n]-\frac{3}{4}x[n-1]$$

(b) (1) 전달 함수

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{z-0.5}{z-0.25}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n]=Z^{-1}\{H(z)\}=(0.25)^n u[n]-0.5(0.25)^{(n-1)}u[n-1]=\delta[n]-(0.25)^n u[n-1]$$

(3) 차분 방정식

$$y[n]-0.25y[n-1]=x[n]-0.5x[n-1]$$

(c) (1) 전달 함수

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{4z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{(z+1)(z-\frac{1}{3})}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n]=Z^{-1}\{H(z)\}=Z^{-1}\left\{\frac{2z}{z+1}\right\}-Z^{-1}\left\{\frac{2z}{z-\frac{1}{3}}\right\}=2(-1)^n u[n]+2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

(3) 차분 방정식

$$y[n]+\frac{2}{3}y[n-1]-\frac{1}{3}y[n-2]=4x[n]+\frac{4}{3}x[n-1]$$

(d) (1) 전달 함수

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{(0.5+2.25z^{-1})(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1+0.75z^{-1})}=\frac{(0.5z+2.25)(z-1)}{(z-0.5)(z+0.75)}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n]=6\delta[n]-2(0.5)^n u[n]-3.5(-0.75)^n u[n]=6\delta[n]-(2(0.5)^n+3.5(-0.75)^n)u[n]$$

(3) 차분 방정식

$$y[n]-0.25y[n-1]-0.375y[n-2]=0.5x[n]+1.75x[n-1]-2.25x[n-2]$$

8.17

(a) (1) 전달 함수

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - 0.3z^{-1} - 0.1z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 - 0.3z - 0.1}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n] = \left(\frac{5}{7}(0.5)^n + \frac{2}{7}(-0.2)^n\right)u[n]$$

(3) 극과 영점 및 안정도

극 : $z = 0.5,\ -0.2$

영점 : $z = 0,\ 0$

안정도 : 극이 단위원 안에 있으므로 안정

(b) (1) 전달 함수

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-1}}{1 - \frac{5}{6}z^{-1} + \frac{1}{6}z^{-2}} = \frac{z^2 + z}{z^2 - \frac{5}{6}z + \frac{1}{6}}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n] = (9(\frac{1}{2})^n - 8(\frac{1}{3})^n)u[n]$$

(3) 극과 영점 및 안정도

극 : $z = \frac{1}{2},\ \frac{1}{3}$

영점 : $z = 0,\ -1$

극이 모두 단위원 안에 있으므로 시스템은 안정

(c) (1) 전달 함수

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2 + z^{-1}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{9}{16}z^{-2}} = \frac{2z^2 + z}{z^2 - \frac{3}{2}z + \frac{9}{16}}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n] = (\frac{5}{2}n + 2)(\frac{3}{4})^n u[n]$$

(3) 극과 영점 및 안정도

극 : $z = \frac{3}{4}$(중극)

영점 : $z = 0,\ -\frac{1}{2}$

극이 모두 단위원 안에 있으므로 시스템은 안정

(d) (1) 전달 함수

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-1}}{1 + 2z^{-1} + 2z^{-2}} = \frac{z^2 + z}{z^2 + 2z + 2}$$

(2) 임펄스 응답

$$h[n] = (\sqrt{2})^n \left(\cos\frac{3\pi}{4}n\right) u[n]$$

(3) 극과 영점 및 안정도

극 : $z = -1 \pm j1$

영점 : $z = 0, \ -1$

안정도 : 단위원 밖에 극을 가지므로 불안정

8.18 종속 연결 : $H(z) = H_1(z)H_2(z) = \dfrac{z}{(z-a)(z-b)}$

병렬 연결 : $H(z) = H_1(z) + H_2(z) = \dfrac{z^2 + (1-b)z - a}{(z-a)(z-b)}$

8.19

(a) $y_1[n] = \left(12\left(\frac{1}{4}\right)^n + 36\left(\frac{1}{2}\right)^n - 48\left(\frac{1}{3}\right)^n\right) u[n]$

(b) $y_2[n] = y_1[n-2] = \left(12\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} + 36\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} - 48\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\right) u[n-2]$

(c) $y_3[n] = 16y_1[n] = 16\left(12\left(\frac{1}{4}\right)^n + 36\left(\frac{1}{2}\right)^n - 48\left(\frac{1}{3}\right)^n\right) u[n]$

(d) $y_4[n] = \frac{1}{16}y_2[n] = \frac{1}{16}\left(12\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} + 36\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} - 48\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\right) u[n-2]$

8.20

(a) $h[n] = 5(0.5)^n u[n] + 2(-0.2)^n u[n]$

(b) 안정하다.

(c) $y[n] = [5(0.5)^n + 2(-0.2)^n] + [(0.5)^n - 0.2(-0.2)^n]$

(d) 임펄스 응답에 초기 조건의 영향이 더해진 응답이 (c)의 결과이다.

[응용 문제]

8.21

(a) $X(z)=\dfrac{2z-1}{(z+0.5)(z-1.5)}=\dfrac{1}{z+0.5}+\dfrac{1}{z-1.5}$

(i) $|z|>1.5$: 두 신호 모두 인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=\{(-0.5)^{(n-1)}+(1.5)^{(n-1)}\}u[n-1]=\left\{-2(-0.5)^{n}+\dfrac{2}{3}(1.5)^{n}\right\}u[n-1]$

(ii) $0.5<|z|<1.5$: 양방향 신호로서 앞의 신호는 인과 신호, 뒤의 신호는 비인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=(-0.5)^{(n-1)}u[n-1]-\dfrac{2}{3}(1.5)^{n}u[-n]$

(iii) $|z|<0.5$: 두 신호 모두 비인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=\left\{2(-0.5)^{n}-\dfrac{2}{3}(1.5)^{n}\right\}u[-n]$

(b) $X(z)=\dfrac{z^2-z-0.75}{2z-1}=0.5z-0.25-\dfrac{1}{(2z-1)}$

(i) $|z|>0.5$: 분수항이 인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=0.5\delta[n+1]+0.25\delta[n]-0.5(0.5)^{n-1}u[n-1]=0.5\delta[n+1]+0.25\delta[n]-(0.5)^{n}u[n-1]$

(ii) $0<|z|<0.5$: 분수항이 비인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=0.5\delta[n+1]+0.25\delta[n]+(0.5)^{n}u[-n]$

(c) $X(z)=\dfrac{z(z+5)}{(z-3)(z+1)}=\dfrac{2z}{z-3}-\dfrac{z}{z+1}$

(i) $|z|>3$: 두 신호 모두 인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=\{2\cdot 3^{n}-(-1)^{n}\}u[n]$

(ii) $1<|z|<3$: 양방향 신호로서 첫 번째 항은 비인과 신호, 두 번째 항은 인과 신호의 경우

$\therefore\ x[n]=-2(3)^{n}u[-n-1]-(-1)^{n}u[n]$

(iii) $|z|<1$: 두 신호 모두 비인과 신호인 경우

$\therefore\ x[n]=\{-2(3)^{n}-(-1)^{n}\}u[-n-1]$

8.22

(a) $X_1(z)=z^{-3}\dfrac{z^3}{z^3-3z^2+5z-9}=\dfrac{1}{z^3-3z^2+5z-9}$

(b) $X_2(z)=\dfrac{z^6}{z^3-3z^2+5z-9}-(z^3x[0]+z^2x[1]+zx[2])$

(c) $x[0]=1,\ x[3]=6,\ x_1[3]=1,\ x_2[0]=6$

(d) $x_1[n]$은 인과 신호 $x[n]$을 $n=3$만큼 지연시킨 신호이므로 시간 이동에 의해 가감되는 샘플 성분이 없다. 따라서 이의 z 변환 $X_1(z)$을 역변환하더라도 $x_1[3]=x[0]$을 만족한다. 또한 $x_2[n]$은 $x[n]$을 $n=3$만큼 시간 선행하여 $n<0$에 해당되는 샘플 성분들을 버린 인과 신호이기 때문에 이의 z 변환 $X_2(z)$을 역변환하게 되면 $x_2[0]=x[3]$을 만족한다.

8.23

(a) (1) $x[n] = [\check{1},\ -2,\ 5,\ -15,\ \cdots\ ]$

(2) $x[n] = \frac{1}{2}(-1)^n u[n] + \frac{1}{2}(-3)^n u[n]$

(b) (1) $x[n] = [\check{1},\ \frac{5}{4},\ \frac{13}{16},\ \cdots\ ]$

(2) $x[n] = 4(\frac{1}{2})^n u[n] - 3(\frac{1}{4})^n u[n]$

(c) (1) $x[n] = [\check{1},\ 4,\ 7,\ 10,\ \cdots,\ 3n+1,\ \cdots] = (3n+1)u[n]$

(2) $x[n] = 3n\,u[n] + u[n] = (3n+1)u[n]$

8.24

(a) $x[n] = 2\delta[n-4] - \delta[n-5]$

(b) $x[n] = u[n]$

(c) $x[n] = -\frac{1}{2}\delta[n] + \frac{1}{6}u[n] + \frac{4}{3}(-\frac{1}{2})^n u[n]$

8.25

(a) $y[n] = \left[0.5(0.5)^n u[n] - u[n]\right] + \left[-(0.5)^n u[n] + (n+3)u[n]\right] = (-(0.5)^{n+1} + (n+2))u[n]$

(b) $y[n] = (\frac{5}{3}\cos\frac{\pi}{3}n + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\frac{\pi}{3}n + \frac{1}{3}(\frac{1}{2})^n]u[n]$

8.26

(a) $y[n] - ay[n-1] = ax[n-1]$

(b) $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{az^{-1}}{1-az^{-1}} = \frac{a}{z-a}$

(c) $|a| < 1$

(d) $h[n] = Z^{-1}\{H(z)\} = a^n u[n-1]$

(e) $y[n] = u[n] - (0.5)^n u[n]$

8.27

(a) $Y(z) = \frac{0.25y[-1]}{1-0.25z^{-1}} + \frac{1}{1-0.25z^{-1}}X(z) = \frac{0.25z}{z-0.25} + \frac{z^2}{(z-0.25)(z-1)}$

(i) 영입력응답 + 영상태응답

$$y[n] = \underbrace{[0.25(0.25)^n u[n]]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-\frac{1}{3}(0.25)^n u[n] + \frac{4}{3}u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

(ii) 고유응답+ 강제응답

$$y[n] = \underbrace{\left[-\frac{1}{12}(0.25)^n u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[\frac{4}{3}u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

(b) $Y(z) = \dfrac{-\dfrac{1}{8}z(7z-1)}{(z-\dfrac{1}{2})(z-\dfrac{1}{4})} + \dfrac{z^2}{(z-\dfrac{1}{2})(z-\dfrac{1}{4})}\dfrac{z}{z-1}$

(i) 영입력응답 + 영상태응답

$$y[n] = \underbrace{\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{3}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]\right]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + \frac{8}{3}u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

(ii) 고유응답+ 강제응답

$$y[n] = \underbrace{\left[-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{17}{24}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[\frac{8}{3}u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

(c) $Y(z) = \dfrac{1.7z^2 - 0.2z}{(z-0.5)(z-0.4)} + \dfrac{z^2}{(z-0.5)(z-0.4)}\dfrac{z}{z-1}$

(i) 영입력응답 + 영상태응답

$$Y(z) = \left[6.5\frac{z}{z-0.5} - 4.8\frac{z}{z-0.4}\right] + \left[-5\frac{z}{z-0.5} + \frac{8}{3}\frac{z}{z-0.4} + \frac{10}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[6.5(0.5)^n u[n] - 4.8(0.4)^n u[n]\right]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-5(0.5)^n u[n] + \frac{8}{3}(0.4)^n u[n] + \frac{10}{3}u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

(ii)고유응답+ 강제응답

$$Y(z) = \left[1.5\frac{z}{z-0.5} - \frac{32}{15}\frac{z}{z-0.4}\right] + \left[\frac{10}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[1.5(0.5)^n u[n] - \frac{32}{15}(0.4)^n u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[\frac{10}{3}u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

(d) $Y(z) = \dfrac{-z^2}{(2z-1)(z-1)} + \dfrac{4z^3 - 3z^2}{(2z-1)(z-1)^2}$

(i) 영입력응답 + 영상태응답

$$y[n] = \underbrace{\left[0.5(0.5)^n u[n] - u[n]\right]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-(0.5)^n u[n] + (n+3)u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

(ii) 고유응답+ 강제응답

$$y[n] = \underbrace{\left[-0.5(0.5)^n u[n] + 2u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[n u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

8.28

(a) $h[n] = -(\frac{1}{2})^n u[n] + 2u[n] = (2 - (\frac{1}{2})^n) u[n]$

(b) $h[n] = \delta[n]$

8.29

(a) $X(z) = X_s(s)\big|_{e^{Ts} = z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nT} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-0.2} z^{-1})^n = \frac{z}{z - e^{-0.2}}$

(b) $X(z) = X_s(s)\big|_{e^{Ts} = z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-0.2nT} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-0.2} z^{-1})^n = \frac{z}{z - e^{-0.2}}$

(c) (a)의 경우와 (b)의 경우 모두 샘플링 된 신호는 $e^{-0.2n}$으로 동일하기 때문에 z 변환을 하였을 때 두 경우 모두 같은 변환 값을 같게 된다.

(d) $aT = 0.2$

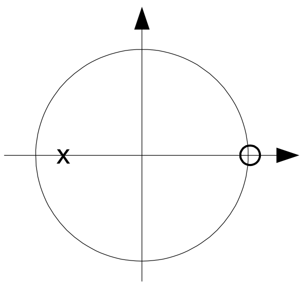
8.30

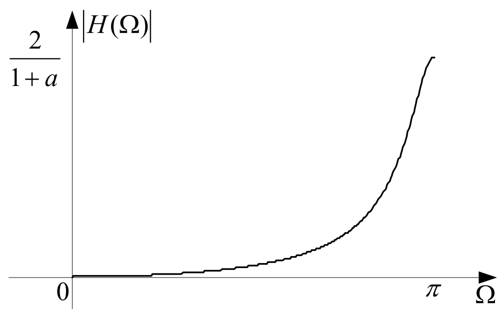
(a) 시스템의 전달함수는

$$H(z) = \frac{z-1}{z-a}, \qquad \text{단 } -1 < a < 0$$

$$|H(\Omega)| = |H(z)|_{z = e^{j\Omega}} = \frac{|e^{j\Omega} - 1|}{|e^{j\Omega} - a|}$$

그러므로 이 시스템은 일종의 고역통과(HP) 필터로 볼 수 있다.



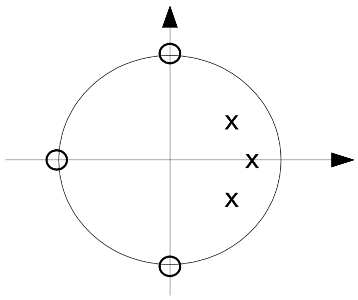


(b) 시스템의 전달함수는

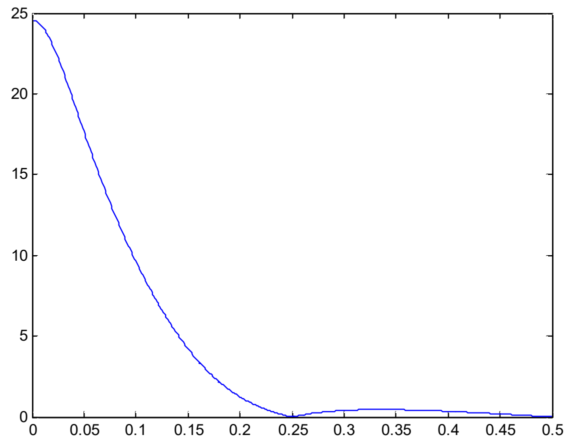
$$H(z) = \frac{(z+1)(z+j)(z-j)}{(z - re^{j\Omega_0})(z - re^{-j\Omega_0})(z-a)}, \qquad \text{단 } 0 < r,\ a < 1$$

$$|H(\Omega)| = |H(z)|_{z = e^{j\Omega}} = \frac{|e^{j\Omega} + 1|\,|e^{j\Omega} - e^{j\frac{\pi}{2}}|\,|e^{j\Omega} - e^{-j\frac{\pi}{2}}|}{|e^{j\Omega} - re^{j\Omega_0}|\,|e^{j\Omega} - re^{-j\Omega_0}|\,|e^{j\Omega} - a|}$$

그러므로 이 시스템은 일종의 저역 통과 필터에 가깝다.



(b)



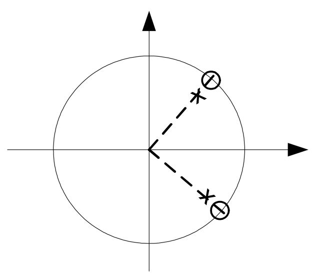
$a=0.7$, $r=0.5$, $\Omega_0=\dfrac{\pi}{4}$ 의 경우

(c) 시스템의 전달함수는

$$H(z)=\frac{(z-e^{j\Omega_0})(z-e^{-j\Omega_0})}{(z-re^{j\Omega_0})(z-re^{-j\Omega_0})}, \qquad \text{단 } 0<r<1$$

$$|H(\Omega)|=|H(z)|_{z=e^{j\Omega}}=\frac{|e^{j\Omega}-e^{j\Omega_0}|\,|e^{j\Omega}-e^{-j\Omega_0}|}{|e^{j\Omega}-re^{j\Omega_0}|\,|e^{j\Omega}-re^{-j\Omega_0}|}$$

그러므로 이 시스템은 일종의 notch 필터로 볼 수 있다.



(c)