Chapter 04 연속신호의 디지털 처리

[Quick Review]

(1) ○

(2) 아날로그, 저역 통과

(3) 복호화

(4) 데이터 증가

(5) 양자화

(6) ×

(7) ○

(8) ×

(9)샘플링

(10) ○

(11) ×

(12) 샘플링 주파수

(13) ○

(14) 사인파

(15) ○

(16) ×

(17) 무한

(18) ×

(19) ×

(20) 6

[기초 문제]

4.1 ㉯

4.2 ㉯, ㉱, ㉲

4.3 ㉯

4.4 ㉯

4.5 ㉰

4.6 $f_0 = 50 \quad \& \quad F_0 = 0.5$

4.7

(a) $F_0 = 0.5, \quad \phi = -\frac{\pi}{2}$

(b) $F_0 = 0.75, \quad \phi = -\frac{\pi}{2}$

(c) $F_0 = 0.5, \quad \phi = -\frac{\pi}{2}$

(d) $F_0 = 0.375, \quad \phi = -\frac{\pi}{2}$

4.8

(a) $N = 10$

(b) 3주기

(c) $x(t) = \cos(120\pi t)$

4.9

(a) $T_s = \frac{1}{100} = 0.01$

(b) $T_s{}' = T_s + 0.1k = 0.01 + 0.1k, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

4.10

(a) $x_0(t) = \cos(10\pi t)$

$x_1(t) = \cos(10\pi t + 40\pi t) = \cos(50\pi t)$

(b) $T_s{}' = T_s + \frac{1}{5}k = 0.05 + 0.2k, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

4.11

$$\begin{cases} x_1(t) = 2\cos(2\pi f_{01} t - \pi/4) = 2\cos(20\pi t - \pi/4) \\ x_2(t) = 2\cos(2\pi (f_{01} + f_s) t - \pi/4) = 2\cos(220\pi t - \pi/4) \\ x_3(t) = 2\cos(2\pi (f_{01} - f_s) t - \pi/4) = 2\cos(180\pi t + \pi/4) \\ x_4(t) = 2\cos(2\pi (f_{01} - 2f_s) t - \pi/4) = 2\cos(380\pi t + \pi/4) \end{cases}$$

4.12

(a) $f_N = 10\,[\mathrm{Hz}]$ 또는 $\omega_N = 2\pi f_N = 20\pi$

(b) $f_N = 15\,[\mathrm{Hz}]$ 또는 $\omega_N = 2\pi f_N = 30\pi$

(c) $f_N = \dfrac{400}{\pi}\,[\mathrm{samples/sec}]$ 또는 $\omega_N = 2\pi f_N = 800$

(d) $f_N = 25\,[\mathrm{samples/sec}]$ 또는 $\omega_N = 2\pi f_N = 50\pi$

(e) $f_N = 20\,[\mathrm{samples/sec}]$ 또는 $\omega_N = 2\pi f_N = 40\pi$

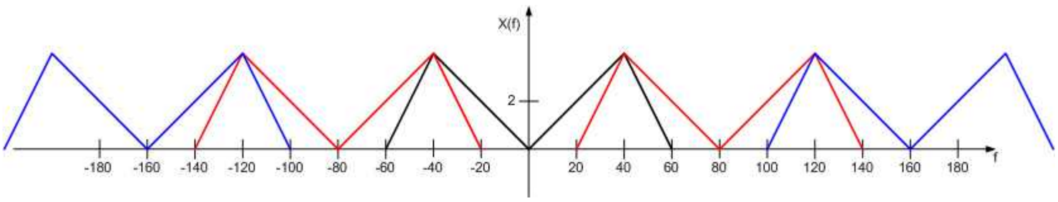
(f) $f_N = 120\,[\mathrm{Hz}]$ 또는 $\omega_N = 2\pi f_N = 240\pi$

4.13

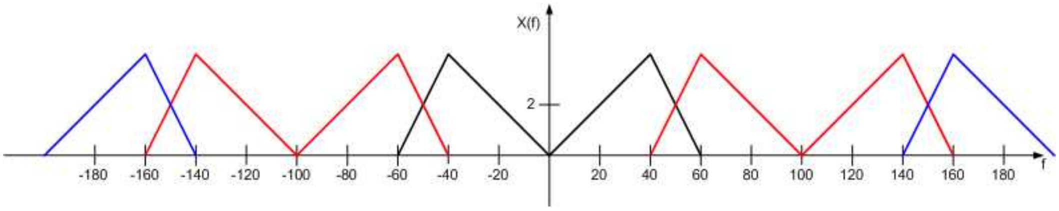
(a) $f_s = 2B = 6\,[\mathrm{kHz}]$

(b) $f_s = 2B' = 8.8\,[\mathrm{kHz}]$

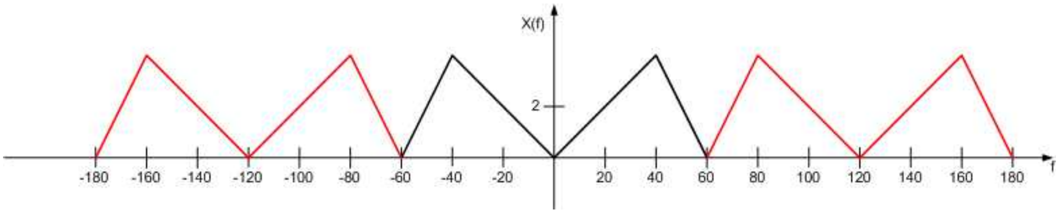
4.14 120 또는 140[Hz]의 샘플링율을 갖도록 해야 한다.



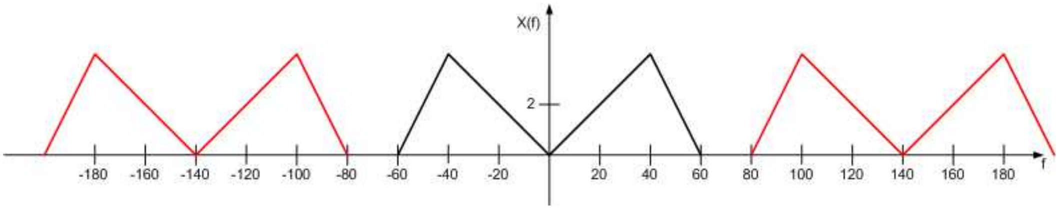
샘플링율 80Hz



샘플링율 100Hz



샘플링율 120Hz



샘플링율 140Hz

4.15

(a) $f_N = 2f_b = 2 \times 9 = 18\,[\text{Hz}]$

(b) (1) $f_s = 4[\text{Hz}]$, (2) $f_s = 8[\text{Hz}]$, (3) $f_s = 12[\text{Hz}]$, (4) $f_s = 16[\text{Hz}]$의 경우,

(1)

$$x_r(t) = \cos(2\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) = \cos(2\pi t)$$

(2)

$$x_r(t) = \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(-6\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) = \cos(2\pi t)$$

(3)

$$x_r(t) = \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(-10\pi t) + \sin(-6\pi t) = \cos(2\pi t)$$

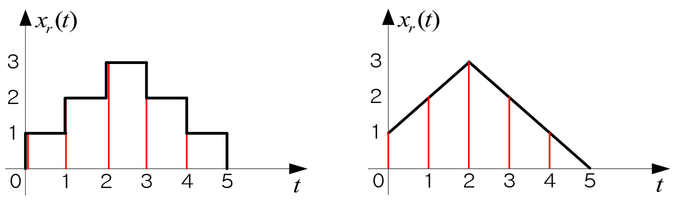
(4)

$$\begin{aligned} x_r(t) &= \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(14\pi t) + \sin(-14\pi t) \\ &= \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) \end{aligned}$$

4.16

(a) $x_r(1.5) = 2,\quad x_r(2.5) = 3,\quad x_r(3.5) = 2$

(b) $x_r(1.5) = 2.5,\quad x_r(2.5) = 2.5,\quad x_r(3.5) = 1.5$



(a) 영차 홀드 복원　　(b) 일차 홀드 복원

4.17 $B = 4$

4.18 $SNR = 6.02B + 1.76\,[\text{dB}]$

4.19 14

4.20

(a) $y_Q[n] = (1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3} + 0\times 2^{-4} + 1\times 2^{-5} + 1\times 2^{-6})\times 2^7 = 86_{10}$

(b) $y_Q[n] = (-1\times 2^{0} + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} + 0\times 2^{-3} + 1\times 2^{-4} + 1\times 2^{-5})\times 2^6 = -42_{10}$

(c) $y_Q[n] = ((-1)^1(0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} + 0\times 2^{-3} + 1\times 2^{-4} + 1\times 2^{-5})\times 2^6 = -22_{10}$

[응용 문제]

4.21

(a) $N=\frac{T}{T_s}=\frac{0.1}{0.01}=10$개

(b) $f_0=f+lf_s=10+100l=110,\ 210,\ 310,\ \cdots$

(c) $N=10$

(d) $f_s=40$

4.22

(a) $x_0(t)=\cos(5\pi t)$

$x_1(t)=\cos(5\pi t+20\pi t)=\cos(25\pi t)$

(b) $x_0(t)=\cos(\frac{5\pi}{4}t)$

$x_1(t)=\cos(\frac{5\pi}{4}t+20\pi t)=\cos(\frac{85\pi}{4}t)$

4.23

(a) 부족 샘플링, $F_0=0.5,\ \phi=-\frac{\pi}{4}$

(b) 부족 샘플링, $F_0=0.75,\ \phi=-\frac{\pi}{4}$

(c) 나이퀴스트 샘플링 주파수에 해당, $F_0=0.5,\ \phi=-\frac{\pi}{4}$

(d) 과샘플링, $F_0=\frac{3}{8}=0.375,\ \phi=-\frac{\pi}{4}$

4.24

(a) $f_s{}'=2f_b{}'=2(2f_b)=2f_s$

즉 $x(t)$를 시간 척도조절(2배 압축)시킨 $x(2t)$의 나이퀴스트 샘플링 주파수는 2배가 된다.

(b) $f_s{}'=2f_b{}'=2(f_b)=f_s$

즉 $x(t)$를 미분한 $\frac{dx(t)}{dt}$의 나이퀴스트 샘플링 주파수는 변하지 않는다.

(c) $f_s{}'=2f_b{}'=2(2f_b)=2f_s$

즉 $x(t)$를 제곱한 $x^2(t)$의 나이퀴스트 샘플링 주파수는 2배가 된다.

(d) $f_s{}'=2f_b{}'=2(f_b+f_0)=f_s+2f_0$

즉 $x(t)$를 진폭 변조한 $x(t)\cos(2\pi f_0 t)$의 나이퀴스트 샘플링 주파수는 원 신호의 나이퀴스트 샘플링 주파수에 변조 반송파의 나이퀴스트 샘플링 주파수를 더한 값이 된다.

4.25

(a) $x_r(t)=\sin(-2\pi t)+\sin(-2\pi t)=-2\sin(2\pi t)$

(b) $x_r(t)=\sin(6\pi t)+\sin(-2\pi t)=\sin(6\pi t)-\sin(2\pi t)$

(c) $x_r(t)=\sin(6\pi t)+\sin(-10\pi t)=\sin(6\pi t)-\sin(10\pi t)$

(d)$x_r(t) = \sin(6\pi t) + \sin(14\pi t)$

4.26

(a) 바퀴의 회전 각속도 : $\omega_0 = 2\pi N = 60k\pi, \quad k=$ 정수

마차 속도 : $v = 2\pi r N = 2\pi \times 0.25 \times 30k = 47.12k, \quad k=$ 정수

(b) 만약 바퀴의 실효 회전이 그림 (c)와 같이 각 프레임 사이에서 반바퀴(π[rad]) 미만의 각으로 회전한다면 바퀴의 회전 방향은 마차의 선형적인 움직임에 일치하여 시계 반대 방향으로 회전하는 것으로 보일 것이다. 즉

$$2\pi k < \omega_0 T_s < 2\pi k + \pi, \quad k = \text{정수}$$

$$\frac{2\pi}{T_s}k = k\omega_s < \omega_0 < \frac{2\pi}{T_s}k + \frac{1}{2}\frac{2\pi}{T_s} = k\omega_s + \frac{\omega_s}{2}, \quad k = \text{정수}$$

$k=0$의 경우는 즉 샘플링 정리를 만족하는 경우이며, 주파수 중첩이 발생하지 않는 경우이다.

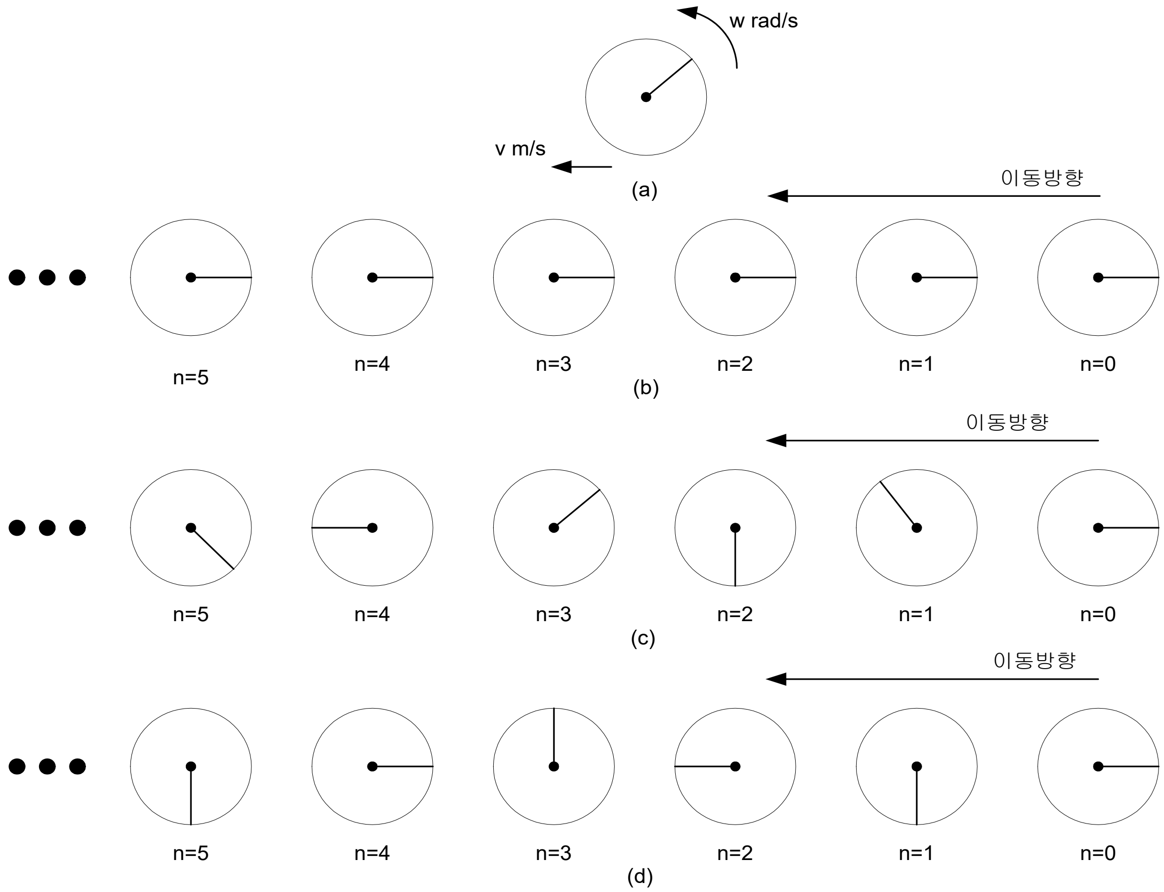
$k \geqq 1$의 경우는 협의의 주파수 중첩의 경우이다.

(c) 만약 바퀴의 실효 회전이 그림 (d)와 같이 각 프레임 사이에서 반 바퀴(π[rad])와 한 바퀴(2π[rad]) 사이의 각으로 회전한다면 바퀴의 회전 방향은 마차의 선형적인 움직임과 반대로 마치 시계 방향으로 회전하는 것으로 보일 것이다. 즉

$$2\pi k + \pi < \omega_0 T_s < 2\pi k + 2\pi, \quad k = \text{정수}$$

$$\frac{2\pi}{T_s}k + \frac{1}{2}\frac{2\pi}{T_s} = k\omega_s + \frac{\omega_s}{2} < \omega_0 < \frac{2\pi}{T_s}k + \frac{2\pi}{T_s} = k\omega_s + \omega_s, \quad k = \text{정수}$$

이 경우는 주파수 꺾기에 해당된다. 따라서 회전 방향이 반대인 것처럼 보이게 되는 것이다.



4.27

(a) 주파수 성분=6개 : $f_A = 5\text{kHz}$, $f_B = 15\text{kHz}$, $f_C = 25\text{kHz}$, $f_D = 30\text{kHz}$, $f_E = 45\text{kHz}$, $f_F = 62.5\text{kHz}$

가청 가능 성분 : $x_{au}(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t)$

(b) (ⅰ) $y(t) = x(t)$

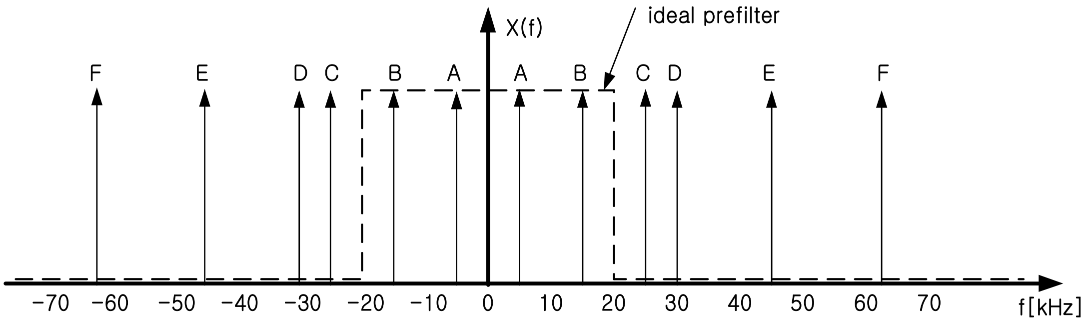
f_s	f_m \ f_{mr}	5	15	25	30	45	62.5
40[kHz]	f_m mod f_s	5	15	-15	-10	5	-17.5

$$\begin{aligned} \therefore\ y_r(t) &= 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t) + 2C\cos(-2\pi 15t) \\ &\quad + 2D\cos(-2\pi 10t) + 2E\cos(2\pi 5t) + 2F\cos(-2\pi 17.5t) \\ &= 2(A+E)\cos(10\pi t) + 2(B+C)\cos(30\pi t) + 2D\cos(20\pi t) + 2F\cos(35\pi t) \end{aligned}$$

즉 5[kHz], 15[kHz] 성분은 크기가 변하고 새롭게 10[kHz], 17.5[kHz] 성분이 추가된다.

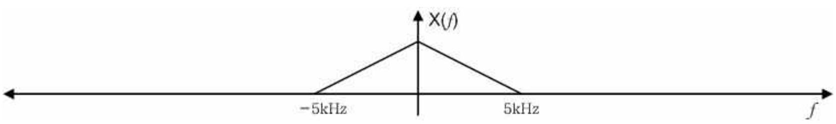
(ⅱ) $y(t) = x_{au}(t)$

$y_r(t) = x_{au}(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t)$

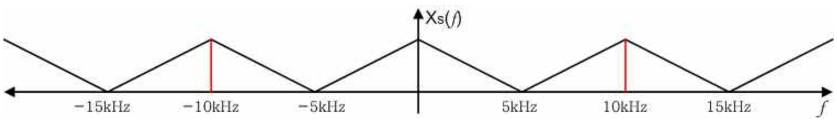


4.28

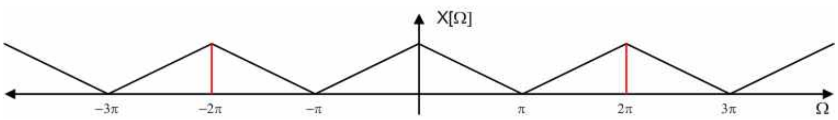
(a)



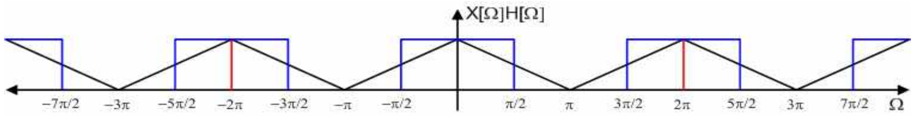
원신호의 주파수스펙트럼



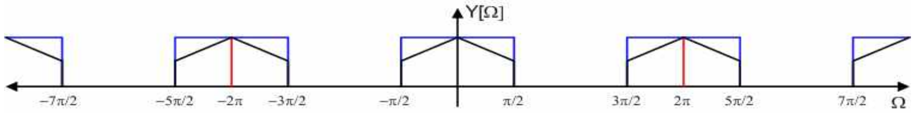
샘플링된 신호의 주파수 스펙트럼



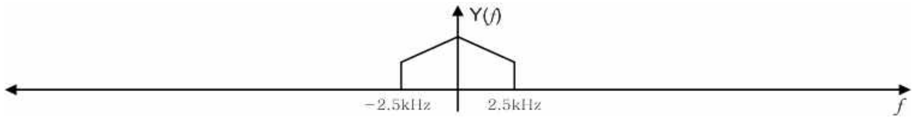
샘플링된 신호의 디지털 주파수 스펙트럼



디지털 주파수 스펙트럼 상에서 원신호와 저역통과 필터의 스펙트럼

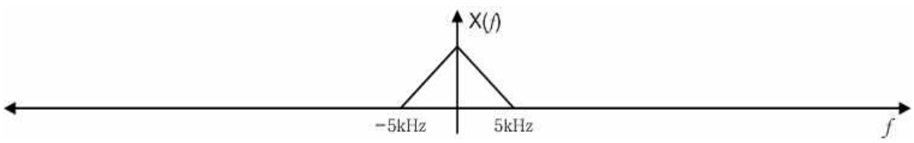


저역통과 필터링된 신호의 디지털 주파수 스펙트럼

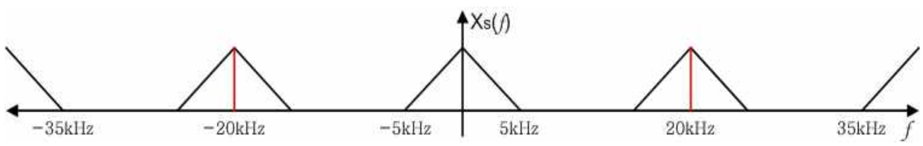


D/A 변환된 신호의 주파수 스펙트럼

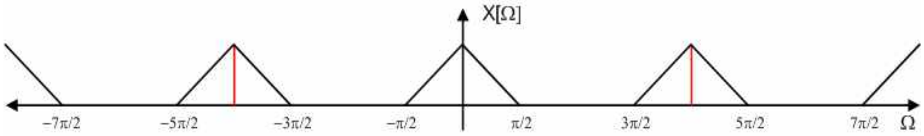
(b)



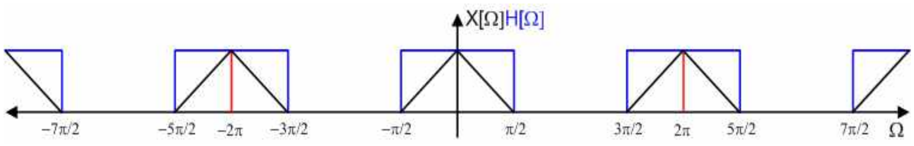
원신호의 주파수스펙트럼



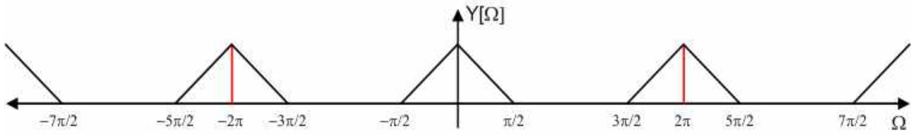
샘플링된 신호의 주파수 스펙트럼



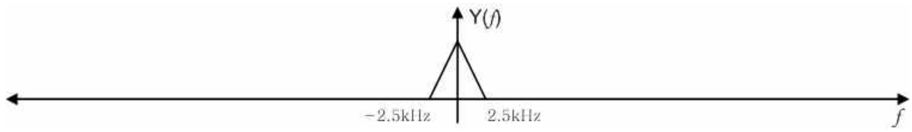
샘플링된 신호의 디지털 주파수 스펙트럼



디지털 주파수 스펙트럼 상에서 원신호와 저역통과 필터의 스펙트럼

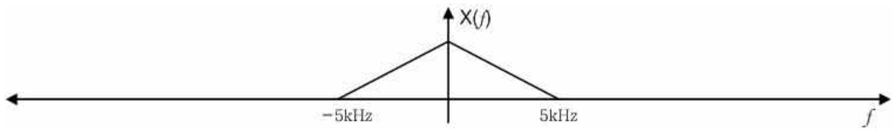


저역통과 필터링된 신호의 디지털 주파수 스펙트럼

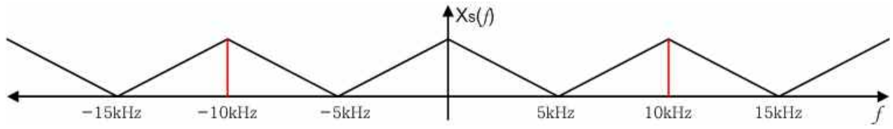


D/A 변환된 신호의 주파수 스펙트럼

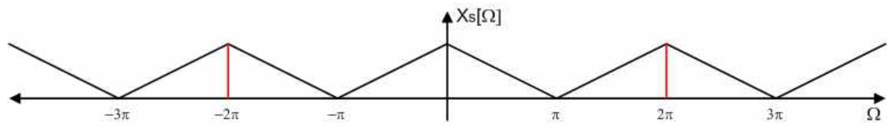
(c)



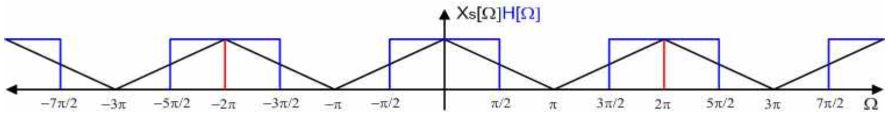
원신호의 주파수스펙트럼



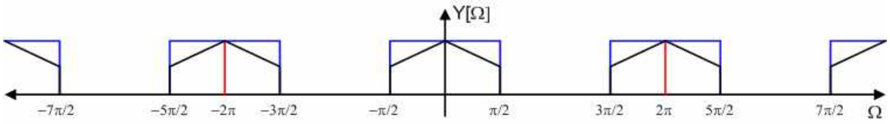
샘플링된 신호의 주파수 스펙트럼



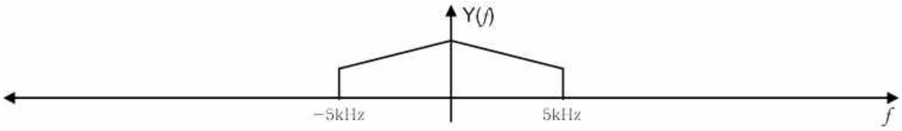
샘플링된 신호의 디지털 주파수 스펙트럼



디지털 주파수 스펙트럼 상에서 원신호와 저역통과 필터의 스펙트럼



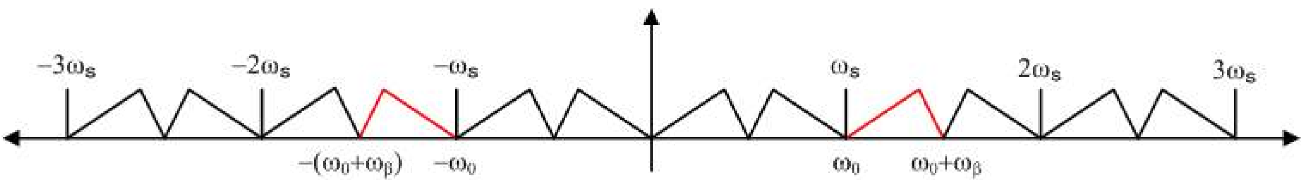
저역통과 필터링된 신호의 디지털 주파수 스펙트럼



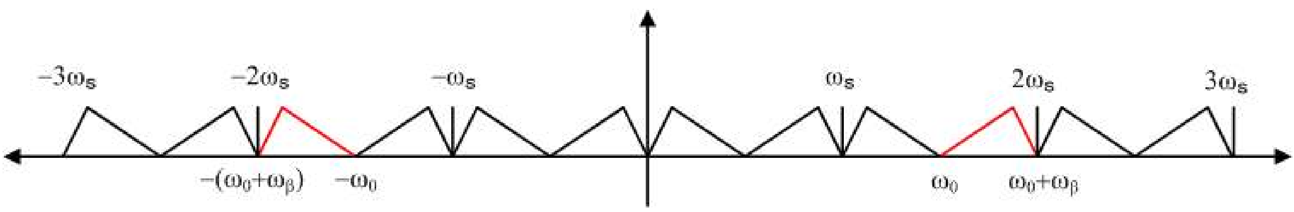
D/A 변환된 신호의 주파수 스펙트럼

4.29

(a)

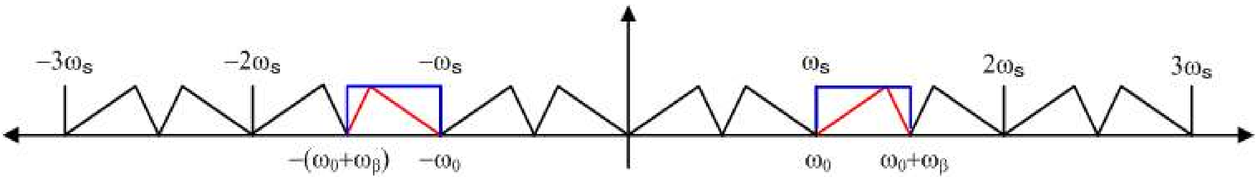


(b)

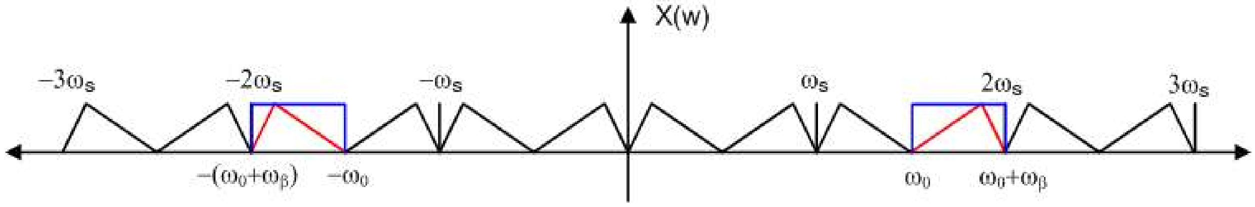


(c) 이 문제는 기본적으로 [연습문제 4.13]과 같은 원리이다. [연습문제 4.13]에서는 대역 통과 신호의 최대 주파수가 대역폭의 정수배가 되면 주파수 중첩이 발생하지 않는다고 하였는데, 최대 주파수가 대역폭의

정수배가 되면 당연히 최저 주파수 ω_0도 대역폭의 정수배가 되며 그 역도 성립한다. 따라서 (a)와 (b)의 경우에서 이미 본 것처럼 주파수 중첩 현상이 발생하지 않는다. 그러므로 아래 그림에 나타낸 것처럼 원 신호와 동일한 주파수 대역의 대역통과 필터를 사용하면 원신호 $x(t)$를 복원할 수 있다.



(a)의 경우



(b)의 경우

(d) 이 경우 스펙트럼은 대역폭의 정수배인 샘플링 주파수 ω_s를 주기로 하여 반복되므로 주파수 중첩이 발생한다. 따라서 원 신호 $x(t)$로 복원이 불가능하다.

4.30

(a) $N = 2^3 = 8$

(b) SNR이 2배 가까이 향상된다.