제 6 장

이산시간 푸리에 급수 및 변환

주파수 영역 해석은 필터 설계와 더불어 디지털 신호 처리의 핵심적인 주제이다. 따라서 책에서 이 장의 주제인 이산 시간 푸리에 급수 및 변환에 대해서 필요한 내용들을 상세하게 설명하였으므로 특별히 보충할 내용이 별로 없다. 따라서 간단한 보충 예제를 소개하여 이해를 돕도록 하였다.

책의 '2절 이산 시간 푸리에 급수(DTFS)' 및 '3절 이산 시간 푸리에 변환(DTFT)'와 관련하여 간단한 예제들을 몇 개 추가하였으며, '5절 푸리에 표현의 상호 관계'의 내용들이 잘 이해될 수 있도록 네 가지 푸리에 표현에 대한 간단한 요약과 상호 연관성에 대한 부연 설명을 간략히 제시하였다.

6.1 이산 정현파 신호의 특성

6.2 이산 시간 푸리에 급수(DTFS)

6.2.1 이산 시간 푸리에 급수의 정의

연속계 푸리에 해석에서와 마찬가지로 이산계 푸리에 해석에서도 신호의 표현을 변환하기 위한 기본 신호로 (복소) 정현파 신호를 사용하게 된다. 그런데, 연속계의 시간축 변수 t는 모든 실수 값을 가질 수 있지만 이산계 시간축 변수 n은 오직 정수 값만 가질 수 있다는 사실과 정현파의 2π-주기성이 결합되어 이산 정현파 신호는 연속 정현파와 다른 성질도 띤다. (디지털) 주파수가 유리수여야만 주기 신호가 되며, 주파수에 대해 1:1 대응이 되지 않고 주파수 $\Omega_0(F_0)$와 $\Omega_0+2\pi k(F_0+k)$인 두 개의 이산 정현파는 같은 신호가 되는 것이다.

그 결과 N-주기 이산 신호의 푸리에 급수 전개에는 단지 N개의 주파수 성분만이 존재하게 되며, 주파수 스펙트럼 또한 $2\pi(1)$을 주기로 반복되는 주기 함수가 된다. 또한 시간 영역과 주파수 영역 모두에서 주기 함수가 된다는 사실에 힘입어 분석식과 합성식 모두 총합 계산의 구간을 특정하게 고정하지 않고 임의의 인접한 N개의 성분에 대한 총합을 계산해도 무방하게 되는 것이다.

■ **예제 C6-1 :** *이산 시간 푸리에 급수(DTFS)의 계산*
[그림 C6-1(a)]에 나타낸 이산 정현파 $x[n]=\sin(0.1\pi n)$에 대한 이산 시간 푸리에 급수(DTFS)를 구하고 진폭 및 위상 스펙트럼을 그려라.

<풀이>
$\sin(0.1\pi n)$은 $\Omega_0=0.1\pi$이고 $F_0=\Omega_0/2\pi=1/20$이 유리수이므로 주기 시호이며, 그 주기는 $N=20$이다. 따라서, 푸리에 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$x[n]=\sum_{k=0}^{19}X_k e^{j0.1\pi kn}$$

$$\begin{aligned}X_k &= \frac{1}{20}\sum_{n=0}^{19}\sin(0.1\pi n)e^{-j0.1\pi kn}\\ &= \frac{1}{40j}\sum_{n=0}^{19}(e^{j0.1\pi n}-e^{-j0.1\pi n})e^{-j0.1\pi kn}\\ &= \frac{1}{40j}\left[\sum_{n=0}^{19}e^{j0.1\pi n(1-k)}-\sum_{n=0}^{19}e^{-j0.1\pi n(1+k)}\right]\end{aligned}$$

위의 푸리에 계수 X_k의 계산식에서 마지막 등식의 첫 번째 합은, (책)식 (5.11)의 복소 정

현파의 직교성에 의해 $k=1$의 경우를 제외한 모든 k에 대해 0이고, $k=1$일 때 합은 $N=20$이 된다. 같은 방법으로 두 번째 합은 $k=19$를 제외한 모든 k에 대해 0이고 그때의 합 또한 $N=20$이다. 따라서 X_1과 X_{19}만 값을 가지며 나머지 모든 다른 계수는 0이다. 즉,

$$X_1 = \frac{1}{2j} = \frac{1}{2}e^{-j\pi/2}$$

$$X_{19} = -\frac{1}{2j} = \frac{1}{2}e^{j\pi/2}$$

따라서 $x[n]$은 다음과 같이 쓸 수 있다.

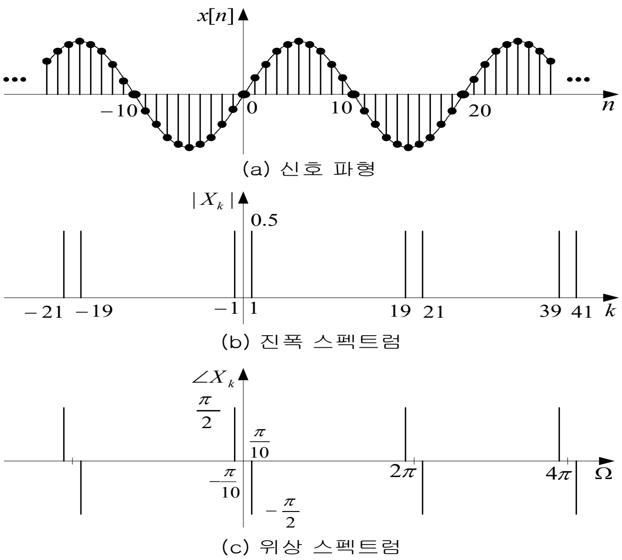
$$x[n] = \frac{1}{2j}(e^{j0.1\pi n} - e^{j1.9\pi n}) = \frac{1}{2j}(e^{j0.1\pi n} - e^{-j0.1\pi n})$$

이 결과는 바로 삼각 함수에 대한 오일러 공식으로서, 지금과 같이 푸리에 계수를 구하는 공식을 이용하지 않고도 훨씬 간단하게 구할 수 있었을 것이다. 이를 달리 해석하면, 푸리에 급수는 주기 신호 $x[n]$을 복소 정현파 $e^{-j\Omega_0 n}$과 그 고조파들의 항으로 표현한 것에 불과하다는 뜻이 된다. 이 경우, $\sin(0.1\pi n)$이 두 복소 정현파 $e^{j0.1\pi n}$와 $e^{-j0.1\pi n}$에 의해 표현될 수 있다는 사실을 푸리에 급수가 나타낸 것이다.

얻어진 푸리에 계수로부터 진폭 스펙트럼과 위상 스펙트럼을 구하면 다음과 같으며, 그림 (b)와 (c)에 나타내었다.

$$|X_1| = |X_{19}|(= |X_{-1}|) = \frac{1}{2}$$

$$\angle X_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \angle X_{19} = \angle X_{-1} = \frac{\pi}{2}$$



[그림 C6-1] **이산 정현파 $\sin(0.1\pi k)$와 스펙트럼**

그림 (b)와 (c)를 비교하면, 주파수축에서 고조파 $0 \leq k < 20$에 대응하는 주파수 구간은 $0 \leq \Omega < 2\pi$이며, 2π 주기로 스펙트럼이 반복됨을 알 수 있다. ■

■ 예제 C6-2 : *이산 임펄스 열의 푸리에 급수*

주기 N인 이산 임펄스 열 $x[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta[n-mN]$의 이산 시간 푸리에 급수(DTFS)를 구하고 스펙트럼을 그려라.

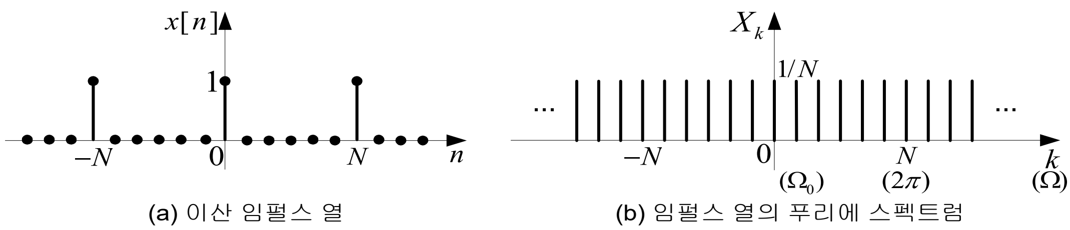
<풀이>

주기 N이므로 기본주파수는 $\Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$이다. 식 (6.5)의 정의식을 이용하여 푸리에 계수를 구하면 다음과 같이 모든 주파수 성분의 크기가 $\frac{1}{N}$로 동일하게 구해진다.

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-jk\Omega_0 n}$$

$$= \frac{1}{N}\left(\delta[n]e^{-jk\Omega_0 0} + \sum_{n=1}^{N-1} 0e^{-jk\Omega_0 n}\right) = \frac{1}{N}$$

임펄스 열 신호와 그 스펙트럼을 [그림 C6-2]에 나타내었다. 그림에서 보면, *이산 임펄스 열의 스펙트럼 또한 간격이 Ω_0인 이산 임펄스 열*이 됨을 알 수 있다.



[그림 C6-2] 이산 임펄스 열과 스펙트럼

■

6.2.2 이산 시간 푸리에 급수의 성질

(1) 주기성

이산 정현파의 2π-주기성 때문에 식 (6.8)에서 보았듯이 *이산 주기 신호의 푸리에 계수 X_k는 주기 N인 주기 함수*가 된다. 즉 다음의 관계가 성립한다.

$$x[n+mN] = x[n] \quad \Leftrightarrow \quad X_{k+lN} = X_k \qquad \text{(C6.1)}$$

(2) 시간 이동

신호의 시간 이동에 대해 진폭 스펙트럼은 바뀌지 않고 위상 스펙트럼만 선형적으로 바뀐다. 즉 n_0만큼 시간 이동된 주기 신호 $x[n-n_0]$의 푸리에 계수는 다음을 만족한다.

$$x[n-n_0] \quad \Leftrightarrow \quad e^{-jn_0k\Omega_0}X_k \tag{C6.2}$$

식 (C6.2)은 푸리에 계수 정의식 (책)식 (6.10)에서 $n-n_0=m$으로 변수 치환하여 간단히 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} X_k{}' &= \frac{1}{N}\sum_{n=<N>} x[n-n_0]\,e^{-jk\Omega_0 n} = \sum_{m=<N>} x[m]\,e^{-jk\Omega_0(m+n_0)} \\ &= e^{-jk\Omega_0 n_0}\sum_{m=<N>} x[m]\,e^{-jk\Omega_0 m} = e^{-jn_0k\Omega_0}X_k \end{aligned} \tag{C6.3}$$

(3) 대칭성

(책)[예제 6-3]의 풀이에서 언급했듯이 *실수 주기 신호 $x[n]$의 푸리에 계수는 공액 대칭을 만족한다.*

$$X_k = X^*_{-k} = X^*_{N-k}, \qquad x[n]\text{은 실수} \tag{C6.4}$$

이로부터 *진폭 스펙트럼은 우대칭, 위상 스펙트럼은 기대칭*이라는 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} |X_k| = |X_{-k}|, & x[n]\text{은 실수} \\ \angle X_k = -\angle X_{-k}, & x[n]\text{은 실수} \end{cases} \tag{C6.5}$$

이산 실수 주기 신호의 스펙트럼은 이러한 대칭성과 주기성을 동시에 만족해야 하므로 *반주기점 $\frac{N}{2}$($\Omega=\pi$)을 대칭축으로 대칭성이 그대로 성립한다. 따라서 스펙트럼이 반주기 구간 $0 \le \Omega \le \pi$에서만 주어지면 전체 주파수에 대한 스펙트럼을 구성할 수 있다.*

(4) 파스발의 정리

이산 주기 신호에 대해서도 신호의 전력에 대한 파스발의 정리가 성립한다.

$$P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x[n]|^2 = \sum_{k=0}^{N-1}|X_k|^2 \tag{C6.6}$$

- 주기 신호의 전력은 시간 영역에서 구하나 주파수 영역에서 구하나 마찬가지이다.
- 서로 다른 주파수 성분 간에는 전력이 전혀 만들어지지 않는다. 그러므로 주기 신호의 전력은 각 고조파 성분의 전력을 더하면 된다.

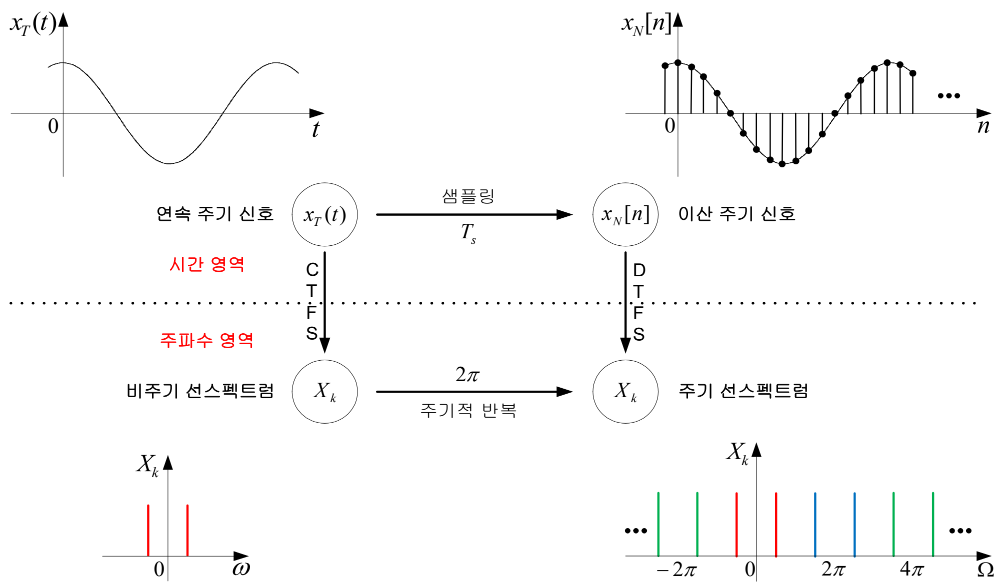
푸리에 급수에 의해 신호의 표현만 주파수 함수로 바뀌었을 뿐 신호 자체가 바뀐 게 아니기 때문에 어느 영역에서 전력을 계산하든지 마찬가지임은 당연한 결과이다. 또한 서로 다른 주파수 성분 간에 전력이 만들어지지 않는 것은 푸리에 급수 표현의 기저 신호로 사용되는 (복소) 정현파의 직교성 때문이다.

6.2.3 연속 및 이산 시간 푸리에 급수의 관계

이산 주기 신호는 연속 주기 신호를 샘플링한 것으로 생각할 수 있고, 이산 주기 신호의 스펙트럼은 연속 주기 신호의 스펙트럼을 $\Omega=2\pi$ 주기로 반복한 형태가 된다. 이런 관계를 [표 C6-1]과 [그림 C6-3]에 나타내었다. 이로부터 ***푸리에 급수에 의해 시간 영역에서 샘플링은 주파수 영역에서 주기적 반복에 대응되며, 시간 영역에서 주기 함수는 주파수 영역에서 이산 함수로 대응됨***을 알 수 있다.

[표 C6-1] 연속 시간 푸리에 급수와 이산 시간 푸리에 급수

시간 영역	주기		
	연속	이산	
	CTFS 합성 $x_T(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t}$	DTFS 합성 $x_N[n]=\sum_{k=<N>} X_k e^{jk\Omega_0 n}$	
	분해 $X_k=\frac{1}{T}\int_T x_T(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$	분해 $X_k=\frac{1}{N}\sum_{n=<N>} x_N[n]e^{-jk\Omega_0 n}$	
	비주기	주기	주파수 영역
	이산		



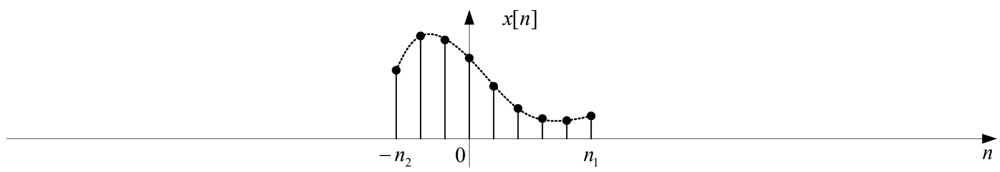
[그림 C6-3] 연속 시간 푸리에 급수와 이산 시간 푸리에 급수의 관계

6.3 이산 시간 푸리에 변환(DTFT)

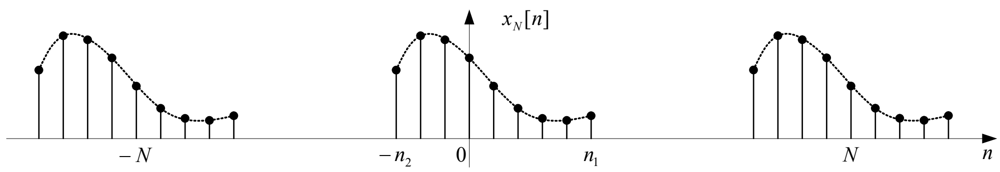
연속계에 대한 푸리에 변환을 유도할 때, 한 주기 동안 비주기 신호 $x(t)$와 일치하는 주기 신호 $x_T(t)$를 만들어서 이를 이용하여 $x(t)$를 표현한 뒤, 주기를 무한대로 접근시키면 $x(t)$와 $x_T(t)$가 점점 일치하게 되어 $x_T(t)$에 대한 푸리에 급수가 $x(t)$에 대한 푸리에 표현 역할을 하게 됨을 이용하였다.

마찬가지로 이산 비주기 신호 $x[n]$을 [그림 C6-4]와 같이 주기 N으로 반복하여 N-주기 신호 $x_N[n]$을 만들면 그것을 이산 푸리에 급수로 표현할 수 있고, 이때 주기 N을 무한대로 접근시키면 주기 신호와 비주기 신호는 점점 같아지게 될 것이다. 따라서, 주기 신호의 이산 시간 푸리에 급수에 $N\to\infty$의 극한을 취하면 비주기 신호 $x[n]$을 주파수 영역에서 표현한 것이 될 것이다.

이런 원리에 입각하여 책에서 설명한 것과 같이 이산 시간 푸리에 변환(DTFT)를 유도해낼 때, (책)식 (6.12)에 $N\to\infty$의 극한을 취하면, Ω_0가 매우 작아져서 모든 주파수 성분들이 점점 가까이 모여들어 궁극적으로는 이산 스펙트럼이 연속적인 스펙트럼으로 변하게 되겠지만, 푸리에 계수 X_k의 크기가 $1/N$의 곱셈 때문에 점점 작아져서 0으로 되어버리는 문제가 대두된다. 따라서, 이를 피하기 위해 $N\to\infty$의 극한을 취하기 전에 먼저 스펙트럼이 연속적으로 되는 성질을 반영한 NX_k의 포락선 함수 $X(\Omega)$를 정의한 것이다.



(a) 비주기 신호 $x[n]$



(b) $x[n]$의 반복에 의한 주기 신호 $x_N[n]$

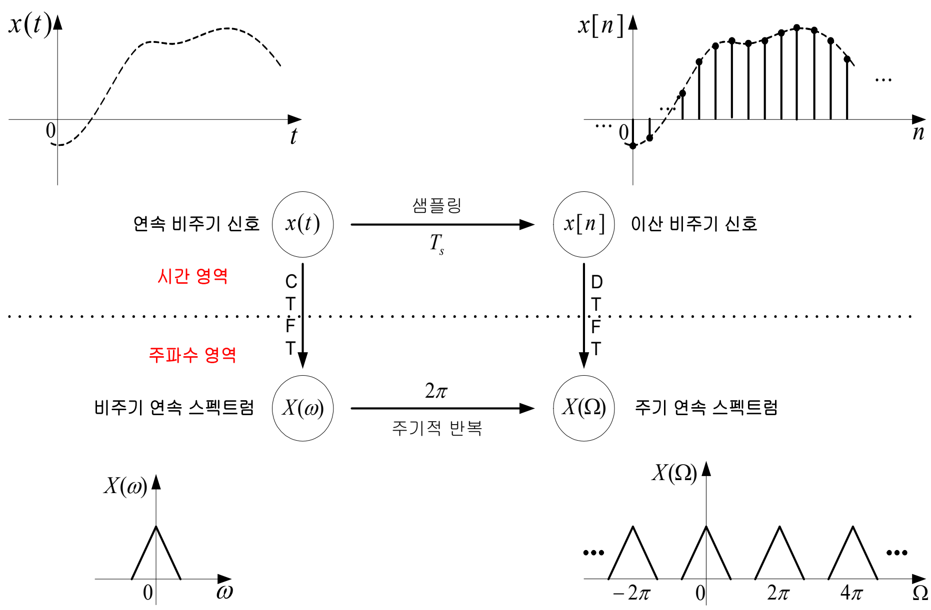
[그림 C6-4] 신호 $x[n]$의 주기적 확장에 의한 주기 신호 $x_N[n]$

연속 및 이산 시간 푸리에 급수의 관계

이산 신호는 연속 신호를 샘플링한 것으로 생각할 수 있으므로, 이산 비주기 신호의 스펙트럼은 연속 비주기 신호의 스펙트럼을 $\Omega=2\pi$ 주기로 반복한 형태가 된다. 이런 관계를 [표 C6-2]과 [그림 C6-5]에 나타내었다. 이로부터 **푸리에 변환에 의해 시간 영역에서 샘플링은 주파수 영역에서 주기적 반복에 대응되며, 시간 영역에서 비주기 함수는 주파수 영역에서 연속 함수로 대응**됨을 알 수 있다.

[표 C6-2] 연속 시간 푸리에 변환과 이산 시간 푸리에 변환

시간 영역	비주기	
	연속	이산
	CTFS 합성 $x(t)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$ 분해 $X(\omega)=\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$	DTFS 합성 $x[n]=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{2\pi}X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$ 분해 $X(\Omega)=\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-j\Omega n}$
주파수 영역	비주기	주기
	연속	



[그림 C6-5] 연속 시간 푸리에 변환과 이산 시간 푸리에 변환의 관계

6.4 DTFT에 의한 이산 시스템 해석

6.5 푸리에 표현의 상호 관계

5장과 6장에서 소개된 푸리에 해석 기법은 실제로 발생하게 되는 다양한 신호들에 대해 주파수 영역에서 분석하고 필요한 정보를 이끌어 낼 수 있게 해준다. 하지만 신호의 형태에 따라 완전히 서로 다른 푸리에 표현이 존재한다고 받아들여서 푸리에 표현이 너무 많아 혼란스러울 뿐만 아니라 어렵고 힘들기까지 하다고 느낄 수도 있다. 이것은 어느 정도 사실일

수도 있지만, 실제로는 생각하는 것만큼 그런 것은 아니다.

5장과 6장에서 지금까지 살펴본 네 가지의 푸리에 표현 FS, FT, DTFS, DTFT은 정의들이 외형적으로 다르고 용어에 드러나 있지 않은 미묘한 차이를 이해하는 것이 중요하기는 하지만, 푸리에 표현의 기본 구조는 모두 똑같다. 신호는 주파수와 일대일 대응 관계에 있는(복소) 정현파 신호의 가중합으로 표현된다. 즉, 신호는 주파수 변수를 가진 복소 정현파 신호에 의하여 곱해진 다음, 시간 변수가 이산인지 연속인지에 따라 더해지거나 적분된다. 그렇기 때문에 서로 다른 푸리에 표현들의 기본적인 성질은 매우 비슷할 수밖에 없다. 예를 들면, 시간 영역의 컨벌루션은 항상 주파수 영역에서 곱셈을 의미하고, 시간 영역에서 시간 지연은 항상 주파수 영역에서 위상 스펙트럼의 변화를 가져오게 된다.

6.5.0 푸리에 표현의 요약

(1) 연속 시간 푸리에 급수(FS)

FS는 연속 주기 신호에 적용된다. 기본 주파수의 정수 배인 무한개의 연속 복소 정현파 신호들의 가중합으로 신호를 표현한다. 신호의 스펙트럼은 주파수에 대해 이산 비주기 함수가 된다.

(2) 연속 시간 푸리에 변환(FT)

FT는 연속 비주기 신호에 적용된다. 주파수가 $-\infty$에서 ∞까지 연속적으로 변하는 연속 복소 정현파 신호들의 가중 적분으로 신호를 표현한다. 신호의 스펙트럼은 주파수에 대해 연속 비주기 함수가 된다.

(3) 이산 시간 푸리에 급수(DTFS)

DTFS는 이산 주기 신호(주기 N)에 적용된다. 기본 주파수의 정수 배인 N개의 이산 복소 정현파 신호들의 가중 합으로 신호를 표현한다. 신호의 스펙트럼은 주파수에 대해 이산 주기 함수(주기 N)이다.

(4) 이산 시간 푸리에 변환(DTFT)

DTFT는 이산 비주기 신호에 적용된다. 주파수가 2π 범위(한 주기 구간)내에서 연속적으로 변하는 이산 복소 정현파 함수들의 가중적분으로 신호를 표현한다. 신호의 스펙트럼은 주파수에 대해 연속 주기 함수(주기 2π)이다.

6.5.1 푸리에 표현 사이의 관계와 특성

(1) FS와 FT

FT를 소개하면서, 비주기 신호 $x(t)$는 주기 신호 $x_T(t)$의 주기 T가 무한대인 경우로, 또는

주기 신호 $x_T(t)$는 비주기 신호 $x(t)$를 주기 T로 반복시킨 것으로 취급하여 논의를 전개하였다. 전자의 접근은 주기 신호의 이산 스펙트럼으로부터 비주기 신호의 스펙트럼이 연속 함수가 된다는 것을, 후자의 접근은 비주기 신호의 연속 스펙트럼의 샘플링 효과에 의해 주기 신호의 스펙트럼이 이산 함수가 된다는 결과를 끌어낼 수 있게 하였다.

결론적으로, 주기 신호의 스펙트럼 X_k는 비주기 신호의 푸리에 변환 $X(\omega)$을 기본 주파수의 간격으로 샘플링하여 그 크기를 주기로 나눈 것과 같다.

$$X_k = \frac{1}{T}X(k\omega_0) \tag{C6.7}$$

(2) DTFS와 DTFT

비주기 신호 $x[n]$에 대한 DTFT를 유도하면서 주기 신호 $x_N[n]$의 DTFS의 주기를 무한대로 접근시키는 형태로 확장하여 결과를 얻었다. 이를 다시 쓰면,

$$X_k = \frac{1}{N}X(k\Omega_0) \tag{C6.7}$$

$X(\Omega)$의 샘플값을 취하여 크기를 주기로 나눈 것과 같다. 이는 바로 앞에서 살펴본 FS와 FT의 관계와 동일하다. 이로부터 연속 시간이든 이산 시간이든 상관없이 *주기 신호는 이산 스펙트럼을 가지고 비주기 신호는 연속 스펙트럼을 가지며, 주기 신호의 스펙트럼은 비주기 신호의 스펙트럼의 샘플 값에 대응된다*는 결론을 얻을 수 있다.

(3) FS와 DTFS, FT와 DTFT

이산 신호는 연속 신호를 샘플링한 것으로 생각할 수 있다. 이미 4장에서 연속 신호를 샘플링하여 이산 신호로 만들면 이 신호의 스펙트럼은 샘플링 주파수 간격마다 연속 신호의 스펙트럼을 반복하게 된다는 사실을 알았다. 따라서 주기 신호이든 비주기 신호이든 상관없이 *연속 신호의 스펙트럼은 비주기적이고 이산 신호의 스펙트럼은 주기 함수가 된다.*

(4) 시간 주파수 쌍대성

푸리에 표현은 기본적으로 시간과 주파수의 역할을 맞바꾸어도 상호 관계가 여전히 성립되는 시간-주파수 쌍대성을 만족한다. 이러한 쌍대성이 성립하기 위해서는 변환(분석식)과 역변환(합성식)의 수식 표현이 동일한 형태라야만 한다.

(책)[표 6-3]을 보면, *FT와 DTFS는 분석식과 합성식의 수식 형태가 같으므로 자체적으로 쌍대성이 성립*하지만 FS와 DTFT는 그렇지 못하다. 그러나 FS의 합성식과 DTFT의 분석식, 그리고 FS의 분석식과 DTFT의 합성식끼리는 수식 형태가 같으므로 쌍대성이 성립하게 된다. 다시 말해 *FS와 DTFT 간에 쌍대성이 성립*한다.

핵심 요약

개 념	관련항
• 이산 정현파는 주파수가 유리수($F=\Omega_0/2\pi=k/N$)일 때에만 주기 신호이다.	식 (6.1)
• 주파수가 Ω_0와 2π의 정수 배(F와 1의 배수)만큼 차이가 나는 이산 정현파 신호들은 서로 구분할 수 없다. 즉 같은 신호이다.	식 (6.2)
• 모든 이산 (복소) 정현파 신호는 $-\pi \leq \Omega \leq \pi(-0.5 \leq F \leq 0.5)$ 내에서 표현 가능하며, 따라서 실질적인 최대 각주파수(주파수)는 $\pm\pi(\pm 0.5)$이다.	
• 이산 신호의 스펙트럼은 주기 2π(Ω축) 또는 1(F축)인 주기 함수이다.	
• 이산 주기 신호에 대해 서로 다른 고조파는 단지 N개뿐이어서, DTFS는 최대 N개의 주파수 성분만 가지고 스펙트럼은 주파수에 대해 이산이다.	식 (6.4) 식 (6.5)
• DTFS에서는 분석과 합성식 모두 연속되는 N개의 신호 또는 스펙트럼 성분의 가중합을 취하면 된다. 즉 총합 구간의 위치를 임의로 할 수 있다.	
• 실수 이산 신호의 대칭성과 스펙트럼의 주기성으로 인해 $0 \leq \Omega \leq \pi$에서 스펙트럼이 주어지면 전체 주파수에 대한 스펙트럼을 구성할 수 있다.	
• 이산 비주기 신호의 푸리에 표현인 DTFT는 DTFS에서 주기를 무한대인 극한을 취하여 유도되며, 스펙트럼은 주파수에 대해 연속이다.	식 (6.13) 식 (6.16)
• 이산 신호가 절대 총합 가능할 경우에만 DTFT가 존재한다.	식 (6.17)
• 이산 신호의 시간 이동에 대해 위상 스펙트럼만 선형적으로 바뀐다.	식 (6.42)
• 실수 신호의 우함수 성분은 DTFT의 실수부에 대응되고 기함수 성분은 DTFT의 허수부에 대응된다.	
• DTFS와 DTFT는 여러 가지 유용한 성질을 갖는다.	[표 6-1] [표 6-2]
• 시간 영역에서 신호를 압축하면 주파수 스펙트럼은 신장되고, 역으로 신호를 신장시키면 주파수 스펙트럼이 압축된다.	식 (6.50)
• 두 시간 신호의 컨벌루션은 주파수 영역에서 스펙트럼의 곱이 된다.	식 (6.55)
• 시간 신호에 창함수를 곱하면 주파수 영역에서 컨벌루션이 된다.	식 (6.58)
• 주파수 응답은 주파수에 따라 입력 신호의 크기와 위상을 증폭 또는 감소시키는 시스템의 응답 특성을 표현한 것이다.	
• 이산 시스템의 주파수 응답은 임펄스 응답의 DTFT로서, 시스템의 차분 방정식으로부터도 직접 구할 수 있다.	식 (6.63) 식 (6.66)
• 주파수 응답은 입력이 아무리 바뀌더라도 시스템이 바뀌지 않는 한 같은 주파수에서 그 값이 달라지지 않는다	
• LTI 시스템의 입력에 대한 출력은 푸리에 변환과 주파수 응답을 이용하여 주파수 영역에서 계산하는 것이 더 편리하다.	[그림 6-25]
• 네 가지 푸리에 표현의 기본 구조는 같으며, 신호를 주파수와 일대일 대응 관계에 있는 (복소) 정현파 신호의 가중합(적분)으로 나타내는 것이다.	[표 6-3]
• FT와 DTFS는 분석식과 합성식의 수식 형태가 같으므로 자체적으로 쌍대성이 성립하며, FS와 DTFT 간에 쌍대성이 성립한다.	[표 6-3]
• 신호와 스펙트럼의 각 영역 내부의 관계는 샘플링과 주기적 반복의 두 개의 조작으로 설명할 수 있고 영역간의 관계는 푸리에 표현으로 규정된다.	[그림 6-28]
• 네 가지 푸리에 표현 중 이론적으로는 FT가 근간이 되는 변환이다.	[그림 6-28]
• 주기 신호는 이산 스펙트럼, 비주기 신호는 연속 스펙트럼을 가지며, 주기 신호의 스펙트럼은 비주기 신호의 스펙트럼의 샘플 값에 대응된다.	
• 연속 신호의 스펙트럼은 비주기이고 이산 신호의 스펙트럼은 주기적이다.	