

# 디지털 신호 처리의 개요

---

책의 ‘1절 서론’에서 다루지 못한 디지털 신호 처리의 발전 과정에 대해 간략히 소개함으로써 디지털 신호 처리의 전반적인 흐름에 대한 이해를 도울 수 있도록 하였다.

또한 책의 ‘2절 신호와 시스템’과 관련하여 신호와 시스템의 예를 추가적으로 보충 설명하였고, 새로운 주제로 신호와 시스템을 표현하는 두 가지 방법-파형과 블록선도를 이용한 시각적 표현과 수학적 모형화에 의한 이론적 표현에 대해 적절한 예와 함께 자세히 살펴보았다.

책의 ‘1.3절 디지털 신호 처리’와 관련하여 기본 조작이 어떤 것들이 있는지를 소개하고 디지털 신호 처리의 응용에 대한 설명과 예를 추가함으로써 좀 더 쉽게 이해할 수 있도록 하였다.

마지막으로 책의 ‘1.4절 신호와 관련한 기초 개념’과 관련하여 이해를 도울 수 있는 예제들을 추가하였다.

이러한 심화 학습 자료를 통해 책에서 다룬 내용들을 더 잘 이해하고 좀 더 깊이 있게 학습할 수 있을 것이다.

## 1.1 디지털 신호 처리의 발전

1960년대 이전의 신호 처리 기술은 거의 모두가 연속 시간 아날로그 기술이었다. 1950년대부터 디지털 컴퓨터의 보급과 함께 이를 이용한 신호 처리에 관한 시도와 연구들이 이루어졌으며, 1960년대에 들어서면서 디지털 신호 처리가 새로운 신호처리 방식의 일종으로 인식되기 시작하였다.

1960년대 중반까지의 디지털 신호 처리의 주된 주제는 지진파 분석과 같이 비실시간 처리가 가능한 신호의 분석이나 음성 신호 처리용 보코더<sup>vocoder</sup>와 아날로그 필터 등 아날로그 신호 처리 시스템의 근사화나 모의실험 등이었다.

1965년 Cooley와 Tukey가 푸리에<sup>Fourier</sup> 변환을 효과적으로 계산할 수 있는 알고리즘인 고속 푸리에 변환(FFT)<sup>Fast Fourier Transform</sup>을 발표함으로써 디지털 신호 처리를 현실성 있는 신호 처리 수단으로 자리 잡게 하는 기폭제가 되었다. FFT는 신호의 실시간 처리와 전용 디지털 하드웨어의 구현이 가능하다는 장점뿐만 아니라, 수학적으로도 근본적으로 이산 시간 개념의 알고리즘이라는 특징 때문에 디지털 컴퓨터를 이용한 신호 처리가 아날로그 기술에 대한 근사화일 뿐이라는 관념에서 탈피하여 이산 시간 신호 처리 그 자체가 중요한 연구 분야로 인정되고 각광받기에 이른 것이다.

디지털 신호 처리를 21세기의 대세로 만든 또 하나의 일등 공신은 반도체를 비롯한 마이크로 전자공학의 비약적인 발전이다. 마이크로프로세서와 메모리의 고속, 고성능, 저전력화와 값싼 가격, 그리고 저가의 A/D 및 D/A 변환기들의 보급은 하드웨어 구현의 제약이 거의 사라지게 만들었고 다양한 알고리즘의 개발을 촉진시켰다.

거기에 더해 1980년대에 디지털 신호 처리 전용 칩인 DSP<sup>Digital Signal Processor</sup>가 개발되어 신호 처리의 주 연산인 곱셈의 처리 속도를 혁신적으로 개선함으로써 디지털 신호 처리는 고속 실시간 처리의 요구도 문제없이 수용 가능해져 날개를 달았다.

최근에는 두뇌인 주 처리 장치에 필요한 주변 장치들을 묶어서 하나의 칩으로 만든 custom IC들의 개발도 활발하고, 병렬 분산 처리와 같은 새로운 구조의 신호 처리를 위한 하드웨어 및 알고리즘의 개발이 새로운 발전 방향으로 떠오르고 있다.

디지털 신호 처리는 비실시간 처리에서 실시간 처리로, 1차원 신호 처리에서 다차원 신호 처리로, 직렬 처리에서 병렬 분산 처리로, 개별 신호 처리에서 멀티미디어 신호 처리로, 고정 신호 처리에서 적응 신호 처리로 발전되고 있는 현재의 추세에 머무르지 않고 새로운 응용 분야의 창출과 함께 새로운 기술의 개발과 발전이 끊임없이 이루어져 계속 성장할 것이다.

## 1.2 신호와 시스템

### 1.2.1 신호와 시스템의 예

신호가 중요한 이유는 신호 속에 담겨 있는 정보 때문이다.

생활에 밀접한 신호의 예로 기상 정보를 들 수 있다. 방송 뉴스의 일기 예보 코너에서 알려주는 기상 정보는 각 지역별로 기온, 습도, 강우량, 풍속 등에 관해 상세하게 알려준다. 이와 같은 날씨 데이터는 대표적인 이산 신호의 하나로서 사람들이 주말에 바닷가나 산으로 놀러 갈 것인지, 농부들이 비닐하우스 내부 온도를 얼마나 더 높일 것인지 또는 바깥에 고추를 내어 팔릴 것인지 등의 결정을 내리는데 중요한 근거로 작용한다. 현대 사회에서 많은 산업 분야가 기상 정보와 연관되어 있으며, 단순히 현재의 상태뿐만 아니라 과거와 현재의 추이를 바탕으로 미래의 상태에 대한 예측을 필요로 한다. 이러한 일들은 신호 처리의 중요한 응용 중의 한 자리를 차지한다.

우리가 신호를 매개체로 정보를 전달하고 이용하기 위해서는 신호를 만들어 내거나 신호로부터 필요한 정보를 뽑아내는 일을 해주는 무언가가 있어야만 하며 그것이 바로 시스템이다. 시스템은 특별한 목적을 달성하는 데 필요한 물리적 구성요소들이 유기적으로 배열되어 하나로 묶인 집합체이다.

생활에 밀접한 시스템의 예로 자동차를 들 수 있다. 자동차는 차체, 엔진, 바퀴, 가속기, 브레이크, 변속기, 핸들 등으로 이루어져 있으며 운전을 할 때 핸들과 가속기를 이용하여 차의 진행 방향과 주행 속도를 조절한다. 여기서 핸들 각과 가속기 페달 각은 입력 신호에 해당하고 차의 진행 방향과 주행 속도는 출력 신호가 된다.

### 1.2.2 신호와 시스템의 표현

신호와 시스템에 대한 표현 방법으로는, 이들에 대한 개략적이고 전체적인 이해를 쉽게 해주는 시각적 표현과 논리적으로 접근하고 분석할 수 있게 해주는 이론적 표현이 있다.

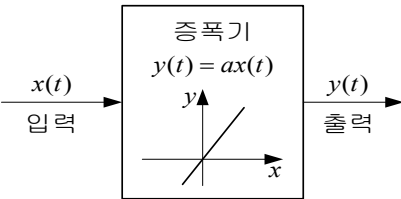
#### (1) 시각적 표현 - 파형과 블록선도

신호의 특성을 알아보기 위해 가장 쉽게 할 수 있는 일은 무엇일까? 아마도 신호의 값의 변화를 그래프로 나타내는 일일 것이다. 전기 회로에 흐르는 전류는 X-Y기록계 같은 장치를 이용하여 시간에 대해 연속적으로 값을 표시할 수 있으며, 주식 가격은 매일 폐장시의 가격을 그래프로 나타낼 수 있다. 이렇게 **신호의 시간에 따른 값의 변화를 그림으로 나타낸 것을 신호의 파형**이라고 한다. 즉 파형은 시간 영역에서 신호를 표현한 것으로서, 이로부터 신호의 특성과 관련한 기초적인 정보들을 파악할 수 있다.

예를 들어, (책)그림 1.2에 나타난 신호 파형의 경우, (a)에서는 춘천의 평균 기온이 3월 이 되면 거의 영하로 떨어지지 않는다는지, (b)에서는 RLC 병렬 회로의 전압은 시간이 지남에

따라 값이 점점 작아지면서 진동한다든지 하는 것을 한 눈에 바로 알 수 있다.

시스템은 암상자<sup>black box</sup> 블록을 이용하여 시각적으로 나타낼 수 있다. 시스템의 실제적인 내부 구조가 어떻게 구성되어 있는지는 상관하지 않고, [그림 C1-1]과 같이 입력 단자와 출력 단자를 갖는 사각 블록에 시스템의 명칭 또는 입력과 출력의 관계를 규정짓는 수식이나 그래프 등을 표시하면 시스템의 기능이나 동작 특성을 쉽게 파악할 수 있을 것이다.



[그림 C1-1] 암상자 블록 표현

그런데 시스템은 대부분의 경우 부시스템<sup>subsystem</sup>이라고 부르는 여러 개의 작은 시스템이 모여서 하나의 전체 시스템을 이루게 된다. 따라서 이런 경우에는 각 부시스템을 암상자 블록으로 나타낸 뒤 신호의 흐름을 따라서 이들을 순서대로 연결하면 된다.

(책)[예제 1-1] '알리바바와 40인의 도둑' 이야기의 보안 시스템과 같은 신호 처리 장치를 실제로 만들려면 어떻게 해야 할까? 보안 시스템이라는 관점에서 보면 하나의 시스템이지만, 자세히 들여다보면 기능도 다르고 물리적으로도 다른 여러 개의 시스템들이 서로 연결되어 있어서 통째로 취급하기엔 너무 복잡하고 무리가 따른다. 그러므로 앞에서의 설명과 같이 시스템을 우선 몇 개의 작은 시스템(부시스템)으로 나누어 각 부시스템의 기능과 동작 특성을 파악한 뒤에, 각 부시스템간의 관계를 파악하여 마침내는 전체 시스템을 분석하고 설계하는 수순을 밟아 가는 것이 바람직하다. (책)그림 1.5는 이러한 접근법으로 블록선도<sup>block diagram</sup>를 그린 것이다.

**블록선도는 각 부시스템을 블록으로 바꾸고 블록 안에 시스템의 특성을 나타내는 수식, 그래프, 명칭 등을 표시한 뒤 신호의 흐름에 따라 각 부시스템 간의 연결 관계를 그려 놓은 그림**으로, 시스템을 시각적으로 표현하기 때문에 이해하기 쉽고 유용한 방법이다.

블록선도에서 시스템간의 연결은 (책)[그림 1-6]에 나타난 것처럼 종속 연결과 병렬 연결의 2가지 방법이 있다. 또한 종속 연결의 특별한 경우로서 [그림 C1-2]에 나타난 것처럼 출력이 입력단으로 되먹임되는 **폐환**<sup>feedback</sup> 연결이 있다.



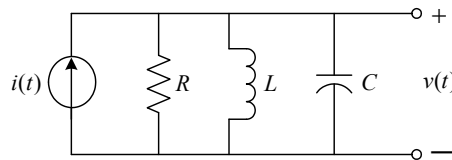
[그림 C1-2] 시스템의 폐환 연결

## (2) 이론적 표현 - 수학적 모형화

세상에는 매우 다양한 형태의 신호와 시스템이 존재한다. 이들은 물리적인 형태나 성질도 제각각이며, 모양과 크기 등에 있어서도 많이 다르다. 만약 신호와 시스템을 표현하고 해석하는 방법이 그들의 종류만큼이나 많다면 덩벼들 엄두가 안 나겠지만, 다행히도 수학의 힘을 빌려 각양각색의 신호와 시스템의 본질만을 추출하여 통일된 틀 안에서 일관성 있게 나타내고 취급할 수 있다.

예를 들어, [그림 C1-3]의 RLC 회로는 실제 회로 모양 그대로가 아니라 회로의 물리적 성질들을 저항, 커패시턴스, 인덕턴스 등으로 단순화시켜 나타낸 모형으로, 이에 Ohm의 법칙과 Kirchhoff의 법칙을 적용하여 입력과 출력의 관계에 대한 다음의 방정식을 세움으로써 회로의 동작 특성을 표현할 수 있다.

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t) = \frac{1}{R}v(t) + \frac{1}{L} \int v(t)dt + C \frac{dv(t)}{dt} \quad (\text{C1-3})$$



[그림 C1-3] RLC 병렬 회로

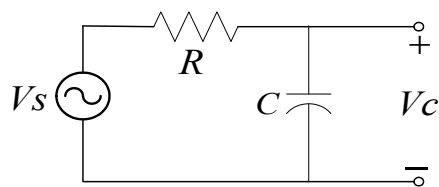
이것이 바로 수학적 모형화인데, **수학적 모형에서 신호는 함수에 의해 표현되며 시스템은 방정식으로 표현된다.**

수학적 모형은 시스템에 대한 이상화된 표현으로서, 미분/차분 방정식, 컨벌루션, 전달 함수 등과 같이 시스템의 내부적 동작 특성은 상관하지 않고 입출력의 관계만을 수식으로 표현한 입출력 표현과, 입출력 관계뿐만 아니라 시스템의 내부적인 동작 특성도 상태 변수라는 개념을 이용하여 수식적으로 표현하는 상태 공간 표현(dynamic description)이 있다.

시스템의 수학적 모형화는 시작이 반이라는 속담이 딱 들어맞을 만큼 해석이나 설계 이상으로 중요한 작업이며, 시스템을 분석하고 설계하는 작업은 대부분 수학과 컴퓨터를 도구로 하여 물리적인 시스템이 아니라 그 모형을 대상으로 이루어진다. 그러므로 결과가 얼마나 잘 들어맞고 쓸모 있는가는 모형의 정확성에 달려 있다고 볼 수 있다. 예로 든 RLC 회로와 같이 수학적 모델을 얻기가 쉬운 시스템도 있지만 우주선과 같이 모형화가 매우 복잡하고 어려운 시스템들도 있다.

### ■ 예제 C1-1 : 전기회로(저역통과 필터)의 수학적 모형화

[그림 C1-4]에 가장 간단한 저역 통과(LP) 필터 회로가 표시되어 있다. 이에 대한 수학적 모델을 몇 가지 형태로 구해 보자.



[그림 C1-4] 저역 통과 필터 회로

## ① 입출력 표현(시간 영역, 미분 방정식)

전원이 포함된 폐로에 대해 Kirchhoff의 전압 평형에 관한 법칙을 적용하면

$$v_s(t) = v_R(t) + v_C(t) = Ri(t) + v_C(t)$$

또한 폐로 전류  $i(t)$ 를 C 양단 전압  $v_C(t)$ 로 나타내면

$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

따라서 이를 처음의 회로 방정식에 대입하여 정리하면 다음의 결과를 얻는다.

$$v_s(t) = RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) \quad (C1-2)$$

## ② 입출력 표현(주파수 영역, 전달 함수)

위에서 얻어진 식 (C1-2)를 라플라스<sup>Laplace</sup> 변환하면

$$V_s(s) = RCs V_C(s) + V_C(s)$$

따라서 복소 주파수( $s$ ) 영역에서 표현된 입력과 출력의 비로 정의되는 전달 함수  $H(s)$ 는 다음과 같이 된다.

$$H(s) = \frac{V_C(s)}{V_s(s)} = \frac{1}{RCs + 1} \quad (C1-3)$$

## ③ 입출력 표현(시간영역, 컨벌루션)

임펄스 응답  $h(t)$ 는 식 (C1-3)을 역 라플라스 변환하여 구할 수 있다.

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

이 임펄스 응답을 이용하여 입출력 관계를 나타내면 다음과 같이 된다.

$$v_C(t) = \int h(t-\tau)v_s(\tau)d\tau \quad (C1-4)$$

#### ④ 상태공간 표현

식 (C1-2)를 다시 쓰면

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}v_C(t) + \frac{1}{RC}v_s(t)$$

여기서 상태 변수를  $x(t) = v_C(t)$ 로 정의하고 시스템의 출력을  $y(t)$ 로 나타내면 위 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{1}{RC}x(t) + \frac{1}{RC}v_s(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (C1-5)$$

이와 같이 상태 변수에 의해 시스템을 표현한 것을 상태 방정식이라 하며, 일반적으로 다원 1차의 연립 미분 방정식 형태로 나타나게 된다. ■

## 1.3 디지털 신호 처리

디지털 신호 처리는 폭넓은 의미로 **디지털 시스템에 의한 이산 신호의 처리**를 가리킨다. 왜냐하면 디지털 시스템에서 충분히 많은 비트를 사용하거나 부동 소수점 방식을 채용한다면, 연속적인 값을 갖는 이산 신호라 할지라도 (허용 오차 범위 내에서) 무리 없이 디지털 신호로 바꾸어 취급할 수 있기 때문이다.

### 1.3.1 디지털 신호 처리의 기본 조작

#### (1) 컨벌루션(convolution)

컨벌루션은 한 신호를 시간축 위에서 뒤집어 이동시키면서 매 순간마다 다른 신호와 곱한 결과를 모두 더해 새로운 신호를 만들어내는 조작으로서, 특히 **선형 시불변 시스템의 출력이 입력과 시스템의 임펄스 응답의 컨벌루션으로 주어진다**는 점에서 매우 중요하다.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k] \quad (C1-6)$$

#### (2) 상관(correlation)

**상관은 신호간의 유사성을 나타내는 지표**로서, 신호  $y[n]$ 을 시간축상에서 이동시키면서 신호  $x[n]$ 과 비교함으로써 비슷한 정도를 측정한다.

$$R_{xy}[k] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]y[n-k] \quad (C1-7)$$

$y[n]$ 과  $x[n]$ 이 같은 경우를 자기상관autocorrelation이라 하고  $y[n]$ 과  $x[n]$ 이 다르면 상호상관cross-correlation이라고 한다.

상관은 잡음이 섞인 신호로부터 원래 신호를 찾아내거나 신호 속에 숨어있는 주기성 등을 알아내는 데 유용하게 쓰인다.

### (3) 변조(modulation)

**변조는 정보를 잘 전송할 목적으로 송신 신호의 스펙트럼을 반송파carrier가 가지고 있는 다른 주파수 성분에 실는 것으로서** 보통 높은 주파수를 갖는 반송파를 이용하여 신호의 주파수를 원하는 주파수 대역으로 이동시키는 처리 과정을 일컫는다. 변조된 신호를 수신한 쪽에서는 반송파를 제거하여 원래의 송신 신호를 다시 복구하게 된다(복조).

변조는 효율적인 통신을 위해 반드시 필요한 조작으로, 송신 신호의 왜형을 최소화하거나 바람직한 성질을 보장하기 위해서 또는 전송 대역폭의 효율적 활용을 위해 송신 신호의 주파수 특성을 전송 선로나 매체의 주파수 특성에 맞추게 된다.

### (4) 변환(transform)

**변환은 수학적으로 신호의 표현을 바꾸는 일**이다. 신호는 수학적으로 독립 변수가 시간 또는 주파수인 함수로 표현되고 다루어지므로, 결국 변환은 신호의 시간 영역 표현과 주파수 영역 표현을 서로 바꾸어주는 수학적 연산으로 푸리에 변환이 대표적인 변환이다.

일반적으로 시간 영역에서 얻어진 신호의 파형만으로는 신호의 특성을 파악하기에는 한계가 있으므로 주파수의 관점에서 신호를 바라보고 특성을 분석하는 것이 필요하게 된다. 또한 실제 신호의 처리도 주파수 영역에서 이루어지는 것이 더 효과적인 경우도 많다.

이외에도 직교 함수들을 이용한 여러 변환들이 신호의 고속 처리, 데이터 압축 등에 활용되고 있다.

### (5) 필터링(filtering)

**필터링은 신호 속에 들어 있는 불필요한 성분을 제거하거나 바람직한 형태로 신호를 변형하는 작업**으로서, 실제 동작은 시간 영역에서 이루어지지만 그 원리는 (책)[그림 1-7]에 나타난 것과 같은 주파수 선택 특성에 바탕을 두고 있다. 필터링하고자 하는 목적에 맞추어 네 가지 유형의 필터 중 하나를 사용하여 원하는 주파수 성분만 통과시키거나 불필요한 성분을 제거하게 된다.



### 1.3.2 디지털 신호 처리의 응용

정보의 추출, 가공, 송수신, 이용은 일상생활에서 다반사로 일어나는 행위이다. 따라서 신호 처리 기술이 필연적으로 개입될 수밖에 없으며, 사회와 기술 발전의 추세에 따라 디지털 신호 처리의 응용 분야는 급속도로 팽창하고 있다.

영국에서 열리는 프리미어리그 축구 경기를 한국의 내 집 거실 TV에서 실황으로 시청하는 경우를 생각해보자. 축구 경기장에서 방송 팀이 경기를 촬영하면 영상 및 음성 신호가 만들어져 경기장 옆에 서있는 중계차로 보내진다. 중계차에서는 이를 송신에 적합한 신호로 변환하여 무선으로 방송국에 송신한다. 방송국에서는 이 신호를 다시 변환하여 중계 위성으로 송신하게 되고, 중계 위성은 이를 한국의 기지국으로 재전송한다. 기지국에서 수신된 신호는 방송국으로 다시 송신되고, 방송국에서는 수신된 영상 및 음성 신호를 방송용으로 변환하여 대기 중으로 전파를 방사한다. 그러면 집 TV 안테나가 대기 속에 퍼져 있는 수많은 신호들 가운데 TV 채널이 지정한 특정 방송사의 전파를 검출하게 된다. 이것을 집의 TV가 사람이 보고 들을 수 있는 신호로 바꾼 뒤 신호의 세기를 증폭하여 영상은 LCD 패널로 음성은 스피커로 분리하여 보내면, 최종적으로 영상과 음성이 재생되어 즐겁게 프리미어리그 축구 경기를 관람할 수 있는 것이다.

이상의 모든 과정에서 통신과 변환을 비롯한 다양한 신호 처리가 이루어지고 있음을 알 수 있고, 최근의 방송이나 통신 장비들로 미루어 볼 때 그러한 신호 처리의 상당 부분이 디지털 기술이라는 사실도 알 수 있을 것이다.

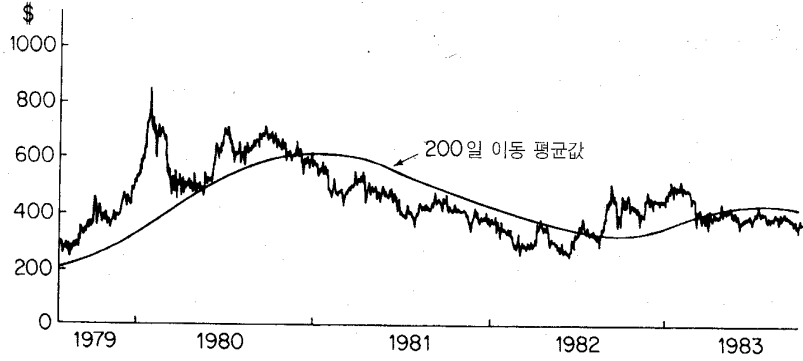
#### ■ 예제 C1-2 : 데이터 평활화(smoothing)

국제적으로 금이나 석유 등을 거래하는 현물 시장이나 주식 시장에서는 여러 요인들에 의해 매일 매시간 가격이 달라진다. 딜러들은 순간의 결정에 의해 엄청난 이익이나 손실이 발생할 수 있기 때문에 가격의 변동을 정확히 예측하기 위하여 필사적으로 애를 쓴다.

[그림 C1-5]는 달러화로 표시된 금값의 변화를 1979년에서 1983년까지 일별로 나타낸 그래프이다. 그림에서 볼 수 있듯이 금값은 작은 폭의 지속적인 변동과 큰 폭의 심한 기복을 모두 포함하는 복잡한 양상을 보인다. 이러한 패턴은 석유나 주식의 경우도 크게 다르지 않다.

가격의 변동을 예측하려면, 단기적인 변화뿐만 아니라 장기적인 변동 추이를 분석할 필요가 있다. 그림에 나타나 있는 부드러운 곡선은 정확히 일치하지는 않지만 장기간에 걸친 금값의 변화 추이를 잘 파악할 수 있게 해준다. 이처럼 원래 데이터의 복잡한 변화를 줄여서 데이터에 내재되어 있는 잠재적인 경향을 드러내는 부드러운 곡선을 찾아내는 일을 데이터 평활화라고 하는데, 기본적으로 널리 사용되는 기법은 적당한 기간 동안 누적된 데이터의 평균, 즉 이동 평균(moving average)을 취하는 방법이다.

그림의 부드러운 곡선은 현물 시장이나 주식 시장의 분석가들이 경험 법칙상 찾아낸 누적 기간인 200일 동안의 이동 평균을 취한 것으로 다음과 같이 표현할 수 있다.



[그림 C1-5] 금의 달러화 값 1979-1983

$$y[n] = \frac{1}{200} \{x[n] + x[n-1] + \dots + x[n-199]\} \quad (\text{C1-8})$$

$$= 0.005 \sum_{k=0}^{199} x[n-k]$$

만약 평균을 취하는 누적 기간을 달리 한다면 곡선의 형태도 달라질 것이며, 데이터에 따라 최적의 누적 기간을 찾아내는 일이 중요한 문제가 될 것이다.

그런데 식 (C1-8)은  $y[n]$  값을 계산하기 위해서 매번 200개 데이터의 덧셈을 수행해야 하므로 계산상의 관점에서는 효율적이지 못하다. 보다 효율적인 계산 구조의 표현으로 바꾸려면 다음과 같이 직전의 계산 결과에서 가장 오래된 입력 데이터를 빼서 버리고 새로운 데이터를 더하면 될 것이다. 즉,

$$y[n] = \frac{1}{200} \{x[n] + \dots + x[n-199] + x[n-200] - x[n-200]\} \quad (\text{C1-9})$$

$$= y[n-1] + 0.005 \{x[n] - x[n-200]\}$$

여기서

$$y[n-1] = \frac{1}{200} \{x[n-1] + \dots + x[n-199] + x[n-200]\} \quad (\text{C1-10})$$

식 (C1-9)의 계산은 각 한 번의 덧셈과 뺄셈만 필요로 하므로 식 (C1-8)에 비해 계산량 측면에서 매우 효율적이다.

식 (C1-9)와 같은 형태의 계산 알고리즘(또는 필터)은 직전의 계산 값이 다시 새로운 계산을 위한 입력으로 사용되므로 순환<sup>recursive</sup> 알고리즘이라고 한다. 이에 반해 식 (C1-8)과 같이 이전의 계산 값을 전혀 사용하지 않는 알고리즘은 비순환<sup>nonrecursive</sup> 알고리즘이라고 한다. ■

## 1.4 신호와 관련한 기초 개념

### 1.4.1 정현파와 진폭, 위상, 주기, 주파수

두 정현파를 시간축 상에서 같은 시간만큼 이동시켰다고 하더라도 두 정현파의 주파수에 따라 위상은 달라진다는 사실을 유의해야 한다.

#### ■ 예제 C1-3 : 주파수에 따른 위상의 차이

다음과 같이 주파수가 1[Hz]와 2[Hz]인 두 정현파가 있다.

$$x(t) = \cos(2\pi t)$$

$$y(t) = \cos(4\pi t)$$

이 두 정현파를  $t_1 = 0.3$ 만큼 시간 지연시키면

$$x(t - t_1) = \cos(2\pi(t - t_1)) = \cos(2\pi t - 2\pi t_1) = \cos(2\pi t - 0.6\pi)$$

$$y(t - t_1) = \cos(4\pi(t - t_1)) = \cos(4\pi t - 4\pi t_1) = \cos(4\pi t - 1.2\pi)$$

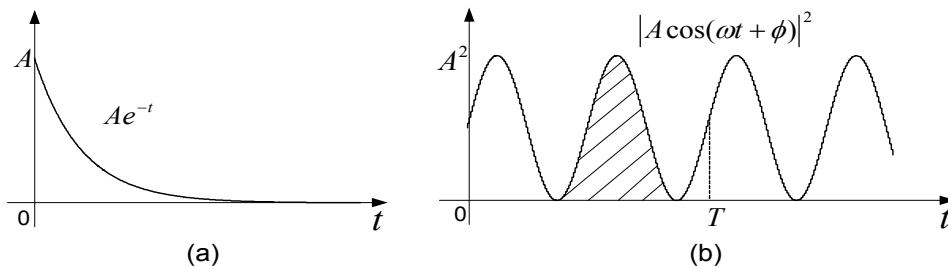
$x(t - t_1)$ 은 위상이  $\phi = 0.6\pi$  이지만  $y(t - t_1)$ 는 위상이  $\theta = 1.2\pi$ 이다.  $y(t - t_1)$ 은 주파수가 2[Hz]로  $x(t - t_1)$ 의 주파수 1[Hz]의 두 배인데, 위상 또한  $\theta = 2\phi$ 로 두 배가 된다. 다시 말해 같은 시간 이동에 대한 정현파의 위상 값은 주파수에 비례하여 달라진다. 이는 (책)식 (1.5)에 의해서도 확인된다. ■

### 1.4.2 신호의 에너지와 전력(POWER)

#### ■ 예제 C1-4 : 신호의 에너지와 전력

지수 신호와 정현파 두 신호에 대해 각각 에너지와 전력을 구해보자.

지수 신호는 [그림 C1-6(a)]에 나타낸 것처럼 시간이 무한대로 가면 값이 0으로 수렴하기 때문에 그 면적은 유한하고, 따라서 당연히 에너지도 유한하다.



[그림 C1-6] [예제 C1-4]의 신호

에너지를 직접 계산해보면

$$E = \int_0^{\infty} |Ae^{-t}|^2 dt = \int_0^{\infty} A^2 e^{-2t} dt = -\frac{A^2}{2} e^{-2t} \Big|_0^{\infty} = \frac{A^2}{2}$$

이처럼 지수 신호의 에너지는 유한하므로 이를 시간 구간( $\infty$ )으로 나눈 전력은 0이 된다.

[그림 C1-6(b)]의 정현파  $A \cos(\omega t + \phi)$ 의 에너지는

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |A \cos(\omega t + \phi)|^2 dt$$

으로 계산되는데, 그림에 나타낸 것처럼 피적분항  $|A \cos(\omega t + \phi)|^2$ 은 면적이 유한한 파형(빗금 친 부분)이 주기적으로 무한히 반복되는 형태이므로, 이의 적분 값인 에너지는 무한하다.

그러나, 전력은 한 주기(정현파 신호의 반 주기에 해당) 파형에 대한 적분 값을 평균하여 구할 수 있으며, 그 값이 유한하리라는 것은 그림으로부터 금방 알 수 있다. 정현파의 전력을 직접 계산해보면,

$$P = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} |A \cos(\omega t + \phi)|^2 dt = \frac{A^2 \omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{1 + \cos(2\omega t + 2\phi)}{2} dt = \frac{A^2}{2}$$

위 식의 마지막 적분 계산은  $\cos(2\omega t + 2\phi)$ 의 주기가  $\cos(\omega t + \phi)$ 의 주기  $T$ 의 반이고, 정현파의 한 주기 적분값은 항상 0이 됨을 이용한 것이다. ■

1.6 삼각파  $tri(t)$ 가 다음과 같이 정의되는 신호일 때,

$$tri(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$$

$x(t) = 6tri(t/4)$ 의 에너지와 전력을 구하라.