# 제9장 푸리에 변환의 응용

## [개념 문제]

9.1 이상적인 주파수 선택 필터에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?
㉮ 이상적인 주파수 선택 필터에는 천이 대역이 없다.
㉯ 이상적인 주파수 선택 필터의 분류 기준은 주파수 분리 특성이다.
㉰ 이상적인 주파수 선택 필터를 이용하면 백색 잡음을 완전히 걸러낼 수 있다.
㉱ 이상적인 주파수 선택 필터는 저지대역의 주파수 성분들을 완벽하게 차단한다.
*Ans)* ㉰
백색 잡음은 모든 주파수 성분을 포함하는 신호여서 대역 분리가 불가능하다.

9.2 (물리적) 주파수 선택 필터에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?
㉮ 천이 대역을 갖지 않는 주파수 선택 필터를 물리적으로 만들 수 없다.
㉯ 라디오의 주파수 선국을 위한 동조 회로는 대역 통과 필터이다.
㉰ 모든 주파수 선택 필터에 대한 가장 단순한 물리적 구현은 1차 수동 전기회로로 가능하다.
㉱ 통과 대역의 이득이 일정하지 않으면 출력 신호에 왜곡이 발생한다.
*Ans)* ㉰

9.3 물리적 (주파수 선택) 필터에 대한 다음의 설명 중 옳은 것은?
㉮ 저역 통과 필터는 차단 주파수 밖의 주파수 성분을 조금도 통과시키지 않는다.
㉯ 이상적인 주파수 선택 필터와 물리적 주파수 선택 필터의 차단 주파수는 항상 같다.
㉰ 수동 필터는 그대로 직접 반도체 칩으로 구현할 수 있다.
㉱ 천이 대역의 폭이 좁을수록 필터의 차단 특성이 양호해진다.
*Ans)* ㉱
수동 필터는 직접 반도체 IC로 구현할 수 없으며 연산 증폭기를 이용한 등가 능동 회로로 치환하여 구현해야 한다.

9.4 디지털 신호 처리 시스템에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?
㉮ 전처리 필터는 신호의 대역을 제한하고 잡음을 걸러주는 디지털 필터이다.
㉯ 전처리 필터에서 신호의 대역을 제한하는 이유는 주파수 중첩 현상의 영향을 줄이기 위한 것이다.
㉰ 후처리 필터는 아날로그 출력의 파형을 매끄럽게 해주는 아날로그 필터이다.
㉱ 전처리 필터와 후처리 필터 모두 저역 통과 필터이다.
*Ans)* ㉮

9.5 (연속) 신호의 디지털 처리 시스템을 구성하는 다음 요소 중 입력과 출력이 모두 이산(디지털) 신호인 것을 모두 골라라.
㉮ 전처리 필터　㉯ A/D 변환기　㉰ 디지털 시스템　㉱ D/A 변환기　㉲ 후처리 필터
*Ans)* ㉰

9.6 A/D 변환에 대한 다음의 설명 중 옳은 것은?

㉮ 일단 신호가 샘플링된 후에는 양자화가 이루어지는 동안 값의 변화가 발생해도 상관없다.

㉯ 샘플링 주파수는 신호에 상관없이 무조건 높게 하면 된다.

㉰ 양자화에서 비트 수를 2 비트 늘리면 양자화 오차는 1/4로 줄어든다.

㉱ 부호화로는 아날로그 잡음의 영향이나 데이터의 양을 감소시키지 못한다.

*Ans)* ㉰

부호화에 의해 잡음이나 유동의 영향을 줄이고 데이터 압축 부호화는 데이터 양을 줄여준다.

9.7 정현파의 샘플링에 대한 다음의 설명 중 옳은 것은?

㉮ 샘플링을 통해 특정한 이산 정현파를 만들 수 있는 연속 정현파는 유일하다.

㉯ 연속 정현파의 (아날로그) 주파수와 이를 샘플링한 이산 정현파의 (디지털) 주파수는 물리적 차원이 같다.

㉰ 다른 주파수의 연속 정현파를 같은 샘플링 주기로 샘플링하면 항상 다른 이산 신호가 얻어진다.

㉱ 앨리어스 정현파는 삼각함수의 $2\pi$ 주기성 때문에 생긴다.

*Ans)* ㉱

9.8 샘플링에 대한 다음의 설명 중 옳은 것은?

㉮ 샘플링을 하더라도 연속 신호에 대한 시간 정보는 보존된다.

㉯ 샘플링의 효과는 주파수 스펙트럼이 주기적으로 반복되는 것이다.

㉰ 연속 신호를 샘플링하더라도 신호에 담긴 정보는 손실 없이 그대로 보존된다.

㉱ 샘플링 주기를 알고 있으면 항상 원래의 아날로그 신호로 복원이 가능하다.

*Ans)* ㉯

9.9 샘플링 정리에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

㉮ 대역 제한되지 않은 신호는 샘플링에 의해 항상 주파수 중첩이 일어난다.

㉯ 샘플링에 의해 연속 신호의 주파수 스펙트럼이 반복되는 주기는 샘플링 주파수이다.

㉰ 나이퀴스트 주파수는 샘플링된 신호를 완전 복원할 수 있는 최소 샘플링 주파수이다.

㉱ 복원용 저역 통과 필터의 차단 주파수는 샘플링 주파수의 반보다 크게 잡아야 한다.

*Ans)* ㉱

차단 주파수를 $f_c = f_s/2$로 잡아야 모든 주파수 중첩이 없는 신호를 제대로 복원할 수 있다.

9.10 주파수 중첩에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

㉮ 주파수 중첩은 샘플링한 신호를 다시 아날로그로 복원한 신호에 왜곡이 생기게 만든다.

㉯ $\sin(14\pi t)$를 샘플링 주파수 $f_s = 4[\mathrm{Hz}]$로 샘플링한 뒤 저역 통과 필터를 이용하여 복원하면 $\sin(2\pi t)$가 나온다.

㉰ $\cos(14\pi t)$를 샘플링 주파수 $f_s = 4[\mathrm{Hz}]$로 샘플링한 뒤 저역통과 필터를 이용하여 복원하면 $\cos(2\pi t)$가 나온다.

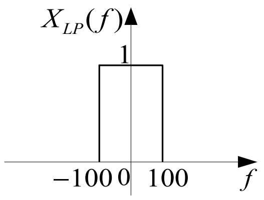
㉱ 샘플링 주파수 $f_s$로 샘플링한 뒤 저역 통과 필터를 이용하여 복원한 정현파의 주파수는 결코 $f_s/2$보다 높을 수 없다.

*Ans)* ㉯

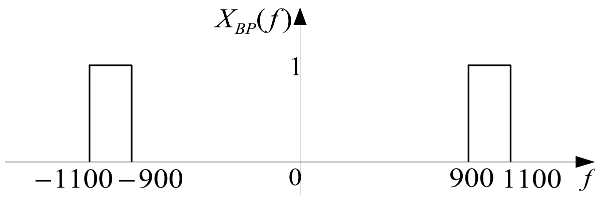
$\sin(14\pi t)$는 $f_0 = 7$이므로 $f_r = f_0 \bmod f_s = 7 \bmod 4 = -1$로 복원 신호는 $\sin(-2\pi t) = -\sin(2\pi t)$이 된다.

## [기초 문제]

9.11 다음 그림은 저역 통과 필터와 대역 통과 필터의 주파수 응답이다. 물음에 답하라.



(a) 저역 통과 필터



(b) 대역 통과 필터

(a) 그림 (a)와 같이 차단 주파수가 100[Hz]인 저역 통과 필터의 임펄스 응답을 구하라.

*Ans)* $\mathrm{sinc}\left(\frac{\tau t}{\pi}\right) \Leftrightarrow \frac{\pi}{\tau}\mathrm{rect}\left(\frac{\omega}{2\tau}\right)$으로부터 $\tau = 200\pi$를 대입하면

$$h_{LP}(t) = 200\,\mathrm{sinc}(200t)$$

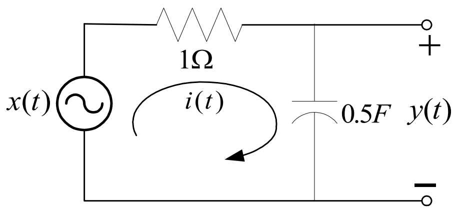
(b) (a)의 결과와 푸리에 변환의 성질을 이용하여 그림 (b)의 대역폭이 200[Hz]이고 대역 중심 주파수가 1 [kHz]인 대역 통과 필터의 임펄스 응답을 구하라.

*Ans)* $H_{BP}(f) = H_{LP}(f-1000) + H(f+1000)$

푸리에 변환의 주파수 이동 성질 $x(t)e^{j\omega_0 t} \Leftrightarrow X(\omega - \omega_0)$을 이용하면

$$h_{BP}(t) = h_{LP}(t)e^{j2\pi\times 1000t} + h_{LP}(t)e^{-j2\pi\times 1000t} = 2h_{LP}(t)\cos(2000\pi t) = 400\,\mathrm{sinc}(200t)\cos(2000\pi t)$$

9.12 다음 그림의 RC 회로는 전압전원 $x(t)$를 입력, C 양단의 전압 $y(t)$를 출력으로 한다.




(a) 회로의 주파수 응답을 구하고 그려라. 이 회로는 어떤 필터인가?

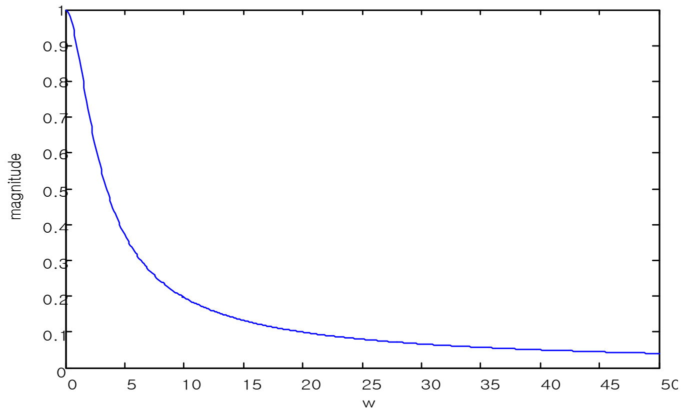
*Ans)* $v_R(t) + v_C(t) = RC\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$

이를 푸리에 변환하면

$$(RC(j\omega)+1)Y(\omega) = X(\omega)$$

$$\therefore\ H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{RC(j\omega)+1} = \frac{2}{j\omega+2}$$

DC 이득이 1이고 주파수가 증가할수록 주파수 응답의 값이 줄어들므로 저역 통과 필터이다.



(b) 이 회로의 임펄스 응답을 구하라.

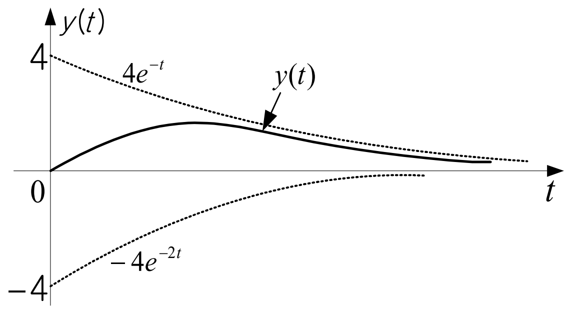
*Ans)* $h(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{2}{j\omega+2}\right\} = 2e^{-2t}u(t)$

(c) $x(t) = 2e^{-t}u(t)$를 입력으로 인가할 때 출력 $y(t)$를 구하라.

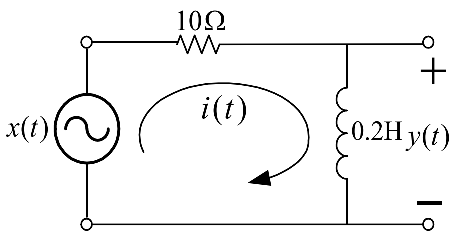
*Ans)* $X(\omega) = \dfrac{2}{j\omega+1}$

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = \frac{2}{j\omega+2}\frac{2}{j\omega+1} = \frac{4}{j\omega+1} - \frac{4}{j\omega+2}$$

$\therefore\ y(t) = 4(e^{-t} - e^{-2t})u(t)$




9.13 다음 그림의 RL 회로는 전압전원 $x(t)$를 입력, L 양단의 전압 $y(t)$를 출력으로 한다.




(a) 주파수 응답을 구하고 그려라. 이 회로는 어떤 필터인가?

*Ans)* $\dfrac{R}{L}y(t) + \dfrac{dy(t)}{dt} = \dfrac{dx(t)}{dt}$

$R$과 $L$의 값을 대입하고 위의 식을 푸리에 변환하면

$$50Y(\omega) + (j\omega)Y(\omega) = (j\omega)X(\omega)$$

$$\therefore\ H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{j\omega}{j\omega+50}$$

주파수가 증가할수록 주파수 응답의 값이 커져서 이득이 1에 접근하므로 고역 통과 필터이다.

(b) 이 회로의 임펄스 응답을 구하라.

*Ans)* $H(\omega) = (j\omega)\dfrac{1}{j\omega+50}$

푸리에 변환쌍표와 시간 미분 성질을 이용하면

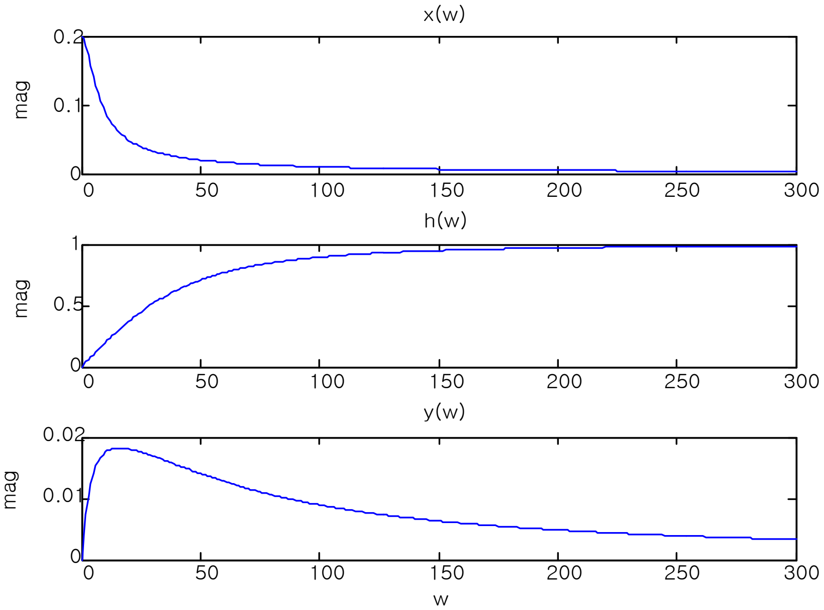
$$h(t) = -50e^{-50t}u(t)$$

(c) $x(t) = e^{-5t}u(t)$를 입력으로 넣을 때 출력 $y(t)$를 구하라.

*Ans)* $X(\omega) = \dfrac{1}{j\omega + 5}$

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = \frac{j\omega}{j\omega+50}\frac{1}{j\omega+5} = \frac{10}{9}\frac{1}{j\omega+50} - \frac{1}{9}\frac{1}{j\omega+5}$$

$$\therefore\ y(t) = -\frac{1}{9}e^{-5t}u(t) + \frac{10}{9}e^{-50t}u(t)$$




9.14 다음과 같은 신호 $x(t)$를 샘플링 주기 $T_s = 0.01$로 샘플링하여 $x[n]$을 얻었다

$$x(t) = \sin(20\pi t), \quad x[n] = x(nT_s) = \sin(20\pi nT_s), \quad -\infty < n < \infty$$

(a) 사인파의 한 주기 동안 얼마나 많은 샘플이 취해지겠는가?

*Ans)* $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{20\pi} = 0.1$이므로 샘플의 개수는 $N = \dfrac{T}{T_s} = \dfrac{0.1}{0.01} = 10$개

(b) 사인파 $y(t) = \sin(\omega_0 t)$가 모든 $n$에 대해 $y(nT_s) = x(nT_s)$가 되면서 $\omega_0 > 20\pi$인 주파수 $\omega_0$를 찾아라.

*Ans)* $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{T} = 10$

$y(nT_s) = x(nT_s)$가 되는 경우는 $y(t)$가 $x(t)$의 alias일 때이다.

$\therefore\ f_0 = f + lf_s = 10 + 100l = 110,\ 210,\ 310,\ \cdots$

$\therefore\ \omega_0 = 2\pi f_0 = 220\pi,\ 420\pi,\ 620\pi,\ \cdots$

(c) (b)의 $\omega_0$에 대해 $x(t)$의 한 주기 동안 나오는 샘플의 개수는 얼마인가?

*Ans)* 샘플을 취하는 구간($T = 0.1$)과 샘플링 주파수($T_s = 0.01$)가 바뀌지 않았으므로 신호의 주파수와는 상관 없이 샘플의 개수는 일정하다.

$\therefore\ N = 10$

(d) 샘플링 주파수를 바꾸어 샘플링할 때, 이산 신호 $x[n]$의 값이 최댓값 1까지 도달하게 하는 가장 작은 샘플링 주파수의 값을 구하라.

*Ans)* 샘플한 이산 신호 $x[n]$의 값이 최댓값 1이 되는 조건으로부터

$$x[n] = \sin(20\pi n T_s) = 1 \quad \rightarrow \quad 20\pi n T_s = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore\ f_s = \frac{1}{T_s} = 40n \quad \rightarrow \quad \therefore\ f_s = 40$$

9.15 다음과 같은 연속 정현파 $x(t)$를 주기 $T_s$로 샘플링하여 $x[n]$을 얻었다.

$$x(t) = \cos(20\pi t), \quad x[n] = \cos(\frac{\pi}{5}n)$$

(a) 이 결과에 부합하는 샘플링 주기 $T_s$를 구하라.

*Ans)* $x[n] = x(nT_s) = \cos(20\pi n T_s)$

$$20\pi T_s = \frac{\pi}{5} \quad \rightarrow \quad \therefore\ T_s = \frac{1}{100} = 0.01$$

(b) (a)에서 구한 $T_s$는 유일한가? 그렇지 않다면 다른 $T_s$를 구하라.

*Ans)* $\cos(20\pi n T_s + 2\pi nk) = \cos(20\pi n T_s)$

$$T_s' = T_s + 0.1k = 0.01 + 0.1k, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$$

9.16 다음의 이산 신호가 연속 신호 $x(t)$를 $f_s = 10[\text{Hz}]$로 샘플링하여 얻어졌다면, 이 신호를 발생시키기 위한 두 개의 다른 연속 신호를 구하라.

(a) $x[n] = \cos(\pi n)$

*Ans)* $\omega_0 = \frac{\Omega_0}{T_s} = \frac{\pi}{0.1} = 10\pi$ 또는 $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 5$

$$\omega_l = \omega_0 + l\omega_s = 10\pi + 20\pi l \quad \text{또는} \quad f_l = f_0 + lf_s = 5 + 10l$$

$$x(t) = \cos((10\pi + 20\pi l)t) = \cos(10\pi t + 20\pi l t)$$

여기에 $l = 0,\ 1$을 대입하면

$$x_0(t) = \cos(10\pi t)$$
$$x_1(t) = \cos(10\pi t + 20\pi t) = \cos(30\pi t)$$

(b) $x[n] = \cos(\frac{\pi}{8}n)$

*Ans)* $\omega_0 = \frac{\Omega_0}{T_s} = \frac{\pi}{8} \times 10 = \frac{5\pi}{4}$ 또는 $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{5}{8}$

$$\omega_l = \omega_0 + l\omega_s = \frac{5\pi}{4} + 20\pi l \quad \text{또는} \quad f_l = f_0 + lf_s = \frac{5}{8} + 10l$$

$$x(t) = \cos((\pm\frac{5\pi}{4} + 20\pi l)t) = \cos(\pm\frac{5\pi}{4}t + 20\pi l t)$$

여기에 $l = 0,\ 1$을 대입하면

$$x_0(t) = \cos(\frac{5\pi}{4}t)$$

$$x_1(t) = \cos(\frac{5\pi}{4}t + 20\pi t) = \cos(\frac{85\pi}{4}t)$$

9.17 샘플링 주파수 $f_s = 4[\text{Hz}]$에 대해 앨리어스 신호가 아닌 것을 모두 골라라.

㉮ $\cos(4\pi t)$ ㉯ $\cos(8\pi t)$ ㉰ $\cos(12\pi t)$ ㉱ $\cos(14\pi t)$

㉮ $\cos(18\pi t)$　　㉯ $\cos(20\pi t)$　　㉰ $\cos(28\pi t)$　　㉱ $\cos(36\pi t)$

*Ans)* ㉯, ㉱, ㉮

$\cos(4\pi t)$의 주파수는 $f_0 = 2[\text{Hz}]$이다. 따라서 앨리어스들은 $f = f_0 + l f_s = 2 + 4l$의 주파수를 갖는다.

9.18 이산 신호 $x[n] = 2\cos(0.2\pi n - \pi/4)$은 연속 신호 $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \phi)$를 샘플링율 $f_s = 100[\text{Hz}]$로 샘플링하여 얻은 것이다. $x[n]$을 만들 수 있는 연속 신호들 중에서 $|f_0| \le 200[\text{Hz}]$인 것을 구하라.

*Ans)* $2\pi \dfrac{f_{01}}{f_s} = 0.2\pi \quad \rightarrow \quad \therefore\ f_{01} = \dfrac{0.2\pi}{2\pi} f_s = \dfrac{0.2\pi}{2\pi} 100 = 10[\text{Hz}]$

샘플링율 $f_s$일 때 $x[n]$을 만들 수 있는 신호들은 $f_{01}$의 alias들이다. 즉 $f_{0i} = f_{01} + l f_s = 10 + 100l$

따라서 $|f_{0i}| \le 200$을 만족하는 주파수들은

$$\begin{cases} f_{01} = 10 \\ f_{02} = f_{01} + f_s = 110 \\ f_{03} = (f_{01} - f_s) = -90 \\ f_{04} = (f_{01} - 2f_s) = -190 \end{cases}$$

이에 해당하는 연속 신호들은

$$\begin{cases} x_1(t) = 2\cos(2\pi f_{01} t - \pi/4) = 2\cos(20\pi t - \pi/4) \\ x_2(t) = 2\cos(2\pi(f_{01} + f_s)t - \pi/4) = 2\cos(220\pi t - \pi/4) \\ x_3(t) = 2\cos(2\pi(f_{01} - f_s)t - \pi/4) = 2\cos(-180\pi t - \pi/4) = 2\cos(180\pi t + \pi/4) \\ x_4(t) = 2\cos(2\pi(f_{01} - 2f_s)t - \pi/4) = 2\cos(-380\pi t - \pi/4) = 2\cos(380\pi t + \pi/4) \end{cases}$$

9.19 다음 신호에 대한 나이퀴스트 샘플링 주파수를 결정하라.

(a) $x(t) = \text{sinc}(400t)$

*Ans)* $x(t) = \text{sinc}(400t) = \dfrac{1}{400\pi t}\sin(400\pi t)$로 $f_0 = \dfrac{400\pi}{2\pi} = 200$

$\therefore\ f_s = 2f_0 = 2 \times 200 = 400[\text{samples/sec}]$ 또는 $\omega_s = 2\pi f_s = 800\pi$

(b) $x(t) = 10\cos(300\pi t)\sin(150\pi t)$

*Ans)* $x(t) = 10\cos(300\pi t)\sin(150\pi t) = 5(\sin(450\pi t) - \sin(150\pi t))$

$x(t)$의 두 주파수 성분의 주파수는 $f_1 = 225,\ f_2 = 75$로서 가장 큰 주파수는 $f_1 = 225[\text{Hz}]$

$\therefore\ f_s = 2f_1 = 450[\text{Hz}]$　또는　$\omega_s = 2\pi f_s = 900\pi$

(c) $x(t) = 2\cos(20\pi t) + 4\sin(20\pi t - \pi/4) + 5\cos(8\pi t)$

*Ans)* $x(t)$의 세 주파수 성분의 주파수는 $f_1 = 10,\ f_2 = 10,\ f_3 = 4$로서 가장 큰 주파수는 $f_1 = f_2 = 10[\text{Hz}]$

$\therefore\ f_s = 2f_1 = 20[\text{samples/sec}]$　또는　$\omega_s = 2\pi f_s = 40\pi$

(d) $x(t) = 10\cos^2(10\pi t)$

*Ans)* $x(t) = 10\cos^2(10\pi t) = 5(1 + \cos(20\pi t))$

$x(t)$의 두 주파수 성분의 주파수는 $f_1 = 0, f_2 = 10$

$\therefore\ f_N = 2f_2 = 20[\text{samples/sec}]$　또는　$\omega_N = 2\pi f_N = 40\pi$

9.20 이산 신호 $x[n] = A\cos(2\pi F_0 n + \phi)$은 연속 신호 $x(t) = \sin(120\pi t + \dfrac{\pi}{4})$를 샘플링 주파수 $f_s$로 샘플

링하여 얻은 것이다. 샘플링 주파수가 아래와 같을 때 $F_0$와 $\phi$의 값을 결정하고, 과샘플링인지 부족샘플링인지 판별하라.

(a) $f_s = 40\,[\mathrm{Hz}]$

*Ans)* $x(t) = \sin(120\pi t + \frac{\pi}{4}) = \cos(120\pi t - \frac{\pi}{4})$ → $x(t)$의 주파수는 $f_0 = 60\,[\mathrm{Hz}]$

$f_s = 40 < 2f_0 = 120$

따라서 부족 샘플링이다.

$$x[n] = \cos\left(120\pi \frac{n}{40} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi n - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore\ F_0 = 0.5,\ \ \phi = -\frac{\pi}{4}$$

(b) $f_s = 80\,[\mathrm{Hz}]$

*Ans)* $f_s = 80 < 2f_0 = 120$

따라서 부족 샘플링이다.

$$x[n] = \cos\left(120\pi \frac{n}{80} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} n - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore\ F_0 = 0.75,\ \ \phi = -\frac{\pi}{4}$$

(c) $f_s = 120\,[\mathrm{Hz}]$

*Ans)* $f_s = 120 = 2f_0 = 120$

따라서 나이퀴스트 샘플링 주파수에 해당한다.

$$x[n] = \cos\left(120\pi \frac{n}{120} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi n - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore\ F_0 = 0.5,\ \ \phi = -\frac{\pi}{4}$$

(d) $f_s = 160\,[\mathrm{Hz}]$

*Ans)* $f_s = 160 > 2f_0 = 120$

따라서 과샘플링이다.

$$x[n] = \cos\left(120\pi \frac{n}{160} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} n - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore\ F_0 = \frac{3}{8} = 0.375,\ \ \phi = -\frac{\pi}{4}$$

## [응용 문제]

9.21 LTI 시스템의 임펄스 응답 $h(t)$와 주기 신호 입력 $x(t)$가 다음과 같을 때, 시스템의 주파수 응답과 출력을 구하라.

(a) $h(t) = \mathrm{sinc}(t)$,  $x_T(t) = \mathrm{rect}(t/2)$,  $|t| \le 2$  &  $x_T(t) = x_T(t \pm 4)$

*Ans)* (1) 주파수 응답

시스템의 주파수 응답은 임펄스 응답을 푸리에 변환하여 다음과 같이 구해진다.

$$H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \mathrm{rect}(\omega/2\pi)$$

(2) 시스템 출력

주기 사각 펄스 입력 $x_T(t)$의 한 주기 $x(t) = \mathrm{rect}(t/2)$를 푸리에 변환하면

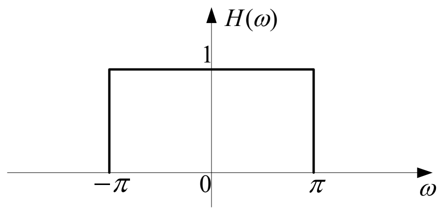
$$X(\omega) = 2\mathrm{sinc}(\frac{\omega}{\pi})$$

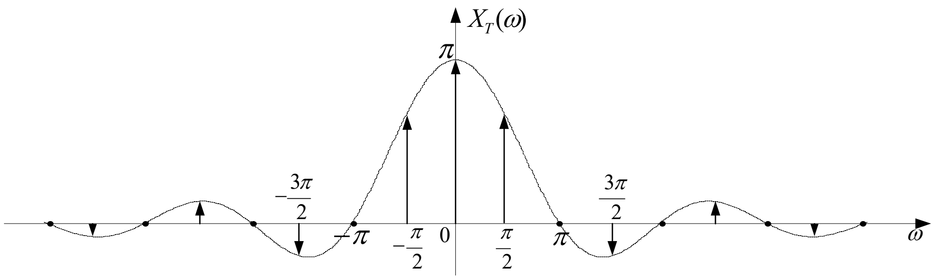
$$X_T(\omega) = \omega_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\omega_0)\delta(\omega - k\omega_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\ \mathrm{sinc}(\frac{k}{2})\delta(\omega - \frac{\pi}{2}k)$$

$$Y(\omega) = H(\omega)X_T(\omega) = \mathrm{rect}(\omega/2\pi)\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\mathrm{sinc}(\frac{k}{2})\delta(\omega - \frac{\pi}{2}k)\right) = 2\delta(\omega + \frac{\pi}{2}) + \pi\delta(\omega) + 2\delta(\omega - \frac{\pi}{2})$$

$$\therefore\ y(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos(\frac{\pi}{2}t)$$

※ 이 시스템은 차단 주파수가 $\omega_c = \pi$인 저역 통과 필터이므로 입력의 주파수 성분 중에서 차단 주파수 밖의 성분들은 차단되어 출력으로 나오지 못한다. ((b), (c)의 경우도 그림으로 확인할 수 있다.)




(b) $h(t) = 2\cos(4\pi t)\mathrm{sinc}(t), \quad x(t) = 1 + \cos(\pi t) + \sin(4\pi t)$

*Ans)* (1) 주파수 응답

$$H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \frac{1}{2\pi}\mathrm{rect}(\omega/2\pi) * 2\pi(\delta(\omega + 4\pi) + \delta(\omega - 4\pi))$$
$$= \mathrm{rect}((\omega + 4\pi)/2\pi) + \mathrm{rect}((\omega - 4\pi)/2\pi)$$

(2) 시스템 출력

$$X(\omega) = 2\pi\delta(\omega) + \pi((\delta(\omega + \pi) + \delta(\omega - \pi)) + j\pi(\delta(\omega + 4\pi) - \delta(\omega - 4\pi))$$
$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = j\pi(\delta(\omega + 4\pi) - \delta(\omega - 4\pi))$$

$$\therefore\ y(t) = \sin(4\pi t)$$

(c) $h(t) = 2\cos(4\pi t)\mathrm{sinc}(t), \quad x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - m)$

*Ans)* (1) 주파수 응답

$$H(\omega)=\frac{1}{2\pi}\mathrm{rect}(\omega/2\pi)*2\pi(\delta(\omega+4\pi)+\delta(\omega-4\pi))=\mathrm{rect}((\omega+4\pi)/2\pi)+\mathrm{rect}((\omega-4\pi)/2\pi)$$

(2) 시스템 출력

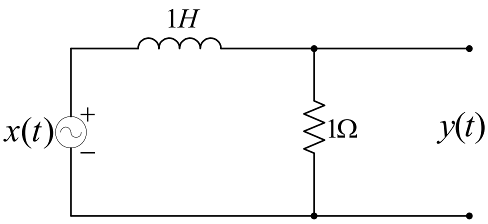
입력 $x(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(t-m)$를 푸리에 변환하면

$$X(\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\omega_0\delta(\omega-k\omega_0)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}2\pi\delta(\omega-2\pi k)$$

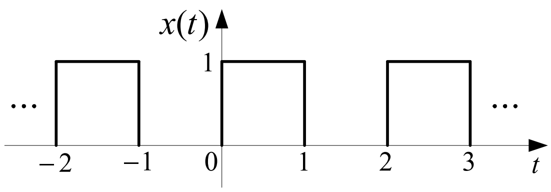
$$Y(\omega)=H(\omega)X(\omega)=2\pi(\delta(\omega+4\pi)+\delta(\omega-4\pi))$$

$$\therefore\ y(t)=2\cos(4\pi t)$$

9.22 다음 그림 (i)의 전기회로에 대해 물음에 답하라.



(i) RL



(ii)

(a) 주파수 응답을 구하라.

*Ans)* $\frac{L}{R}\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=x(t)$

$R$과 $L$의 값을 대입하고 위의 식을 푸리에 변환하면

$$(j\omega+1)Y(\omega)=X(\omega)$$

$$\therefore\ H(\omega)=\frac{Y(\omega)}{X(\omega)}=\frac{1}{j\omega+1}$$

(b) $x(t)=1+3\cos(t)+4\cos(2t)$를 입력으로 넣을 때 출력 $y(t)$를 구하라.

*Ans)* $X(\omega)=2\pi\delta(\omega)+3\pi(\delta(\omega-1)+\delta(\omega+1))+4\pi(\delta(\omega-2)+\delta(\omega+2))$

$$Y(\omega)=H(\omega)X(\omega)=\frac{1}{j\omega+1}[2\pi\delta(\omega)+3\pi(\delta(\omega-1)+\delta(\omega+1))+4\pi(\delta(\omega-2)+\delta(\omega+2))]$$

$$=2\pi\delta(\omega)+\frac{3\pi}{\sqrt{2}}(e^{-j\frac{\pi}{4}}\delta(\omega-1)+e^{j\frac{\pi}{4}}\delta(\omega+1))+\frac{4\pi}{\sqrt{5}}(e^{-j\tan^{-1}2}\delta(\omega-2)+e^{j\tan^{-1}2}\delta(\omega+2))$$

$$\therefore\ y(t)=1+\frac{3}{\sqrt{2}}\cos(t-\frac{\pi}{4})+\frac{4}{\sqrt{5}}\cos(2t-\tan^{-1}2)$$

$$=1+\frac{3}{\sqrt{2}}\cos(t-45^\circ)+\frac{4}{\sqrt{5}}\cos(2t-26.6^\circ)$$

이상의 결과에서 시스템을 통과하면서 $\omega_0=2$의 정현파가 $\omega_0=1$의 정현파보다 작아진 것을 볼 수 있다.

(c) 그림 (ii)의 주기 사각 펄스를 입력으로 넣을 때 출력 $y(t)$를 구하라.

*Ans)* 기본 주파수 $\omega_0=\frac{2\pi}{T}=\pi$이다.

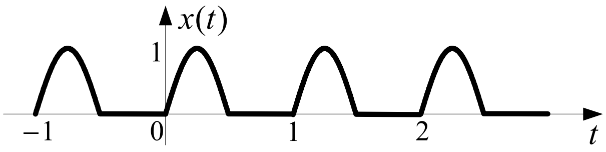
$x(t)$의 한 주기 $x_T(t)=\mathrm{rect}(t)$의 푸리에 변환은 $X_T(\omega)=\mathrm{sinc}(\frac{\omega}{2\pi})$이므로

$$X(\omega) = \omega_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_T(k\omega_0)\delta(\omega - k\omega_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi \, \mathrm{sinc}(\frac{k}{2})\delta(\omega - k\pi)$$

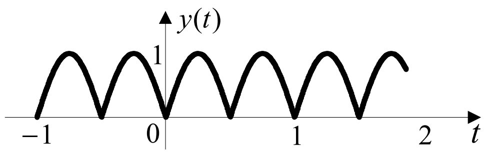
$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = \frac{1}{1+j\omega}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi \mathrm{sinc}(\frac{k}{2})\delta(\omega - k\pi)\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\pi}{1+jk\pi}\mathrm{sinc}(\frac{k}{2})\delta(\omega - k\pi)$$

$$\therefore \; y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2(1+jk\pi)}\mathrm{sinc}(\frac{k}{2})e^{jk\pi t}$$

9.23 정류 회로에 주기 $T=1$인 정현파 $\sin(\omega_0 t)$를 입력으로 인가하여 얻은 출력을 이상적인 저역 통과 필터에 통과시켜 직류(DC) 성분만 빼내려고 한다.



(i) 반파 정류 회로 출력



(ii) 전파 정류 회로 출력

(a) 정류 회로가 반파 정류 회로로 출력이 다음 그림의 (ㄱ)과 같을 때, 필터의 차단 주파수를 어떻게 설정해야 하는가? 또 DC 출력값은 얼마인가?

*Ans)* 반파 정류 회로의 출력은 주기가 $T_x = 1$이므로 기본 주파수 $\omega_{0x} = 2\pi$이다.

따라서 DC 성분만 빼내려면 필터의 차단 주파수를 $f_c < f_{0x} = 1$로 잡으면 된다.

DC 출력값은

$$X_0 = a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt = \int_0^{1/2} \sin(2\pi t)\,dt = \frac{1}{\pi}$$

(b) 정류 회로가 전파 정류 회로로 출력이 다음 그림의 (ㄴ)과 같을 때, 필터의 차단 주파수를 어떻게 설정해야 하는가? 또 DC 출력값은 얼마인가?

*Ans)* 전파 정류 회로의 출력은 주기가 $T_y = 0.5$이므로 기본 주파수 $\omega_{0y} = 4\pi$이다.

따라서 DC 성분만 빼내려면 필터의 차단 주파수를 $f_c < f_{0y} = 2$로 잡으면 된다. 즉 반파 정류 회로의 경우보다 대역폭이 2배 넓은 저역 통과 필터를 사용할 수 있다.

DC 출력값은 반파 정류 회로의 2배이므로

$$Y_0 = 2\int_0^{1/2} \sin(2\pi t)\,dt = \frac{2}{\pi}$$

9.24 정현파 $x(t) = \cos(320\pi t)$가 샘플링 주파수 $f_s = 200\,[\mathrm{Hz}]$로 샘플링되었다.

(a) 샘플링으로 얻어진 이산 신호 $x[n]$의 주기 $N$은 얼마인가?

*Ans)* $x[n] = x(nT_s) = \cos(320\pi n T_s) = \cos(1.6\pi n)$

$$N = \frac{2\pi}{\Omega_0}k = \frac{2\pi}{1.6\pi}k = \frac{5}{4}k = 5$$

(b) $x[n]$의 한 주기인 $N$개의 샘플을 얻기 위해 $x(t)$의 몇 주기가 필요한가?

*Ans)* $t = NT_s = 5 \times 0.005 = 0.025\,[초]$만큼의 아날로그 신호 길이가 필요하다.

연속 정현파 $x(t) = (300\pi t)$의 주기는 $T = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{160}$[초]이므로 4주기가 필요하다.

(c) 같은 샘플링 주파수에 의해 동일한 이산 신호 $x[n]$을 만들 수 있는 최소 주파수를 갖는 연속 정현파를 구하라.

*Ans)* 샘플링 주파수가 나이퀴스트 샘플링율 $f_N = 2f_b = 2 \times 160 = 320$보다 낮으므로 앨리어싱이 생긴다. 따라서 다음과 같은 관계를 만족하는 주파수 중 $|f_a| \le \frac{f_s}{2}$인 주파수를 찾으면 된다.

$$f_a = f_0 \pm l f_s = 160 \pm 200l$$

$l = -1$일 때 $f_a = -40$[Hz]가 앨리어스들 중 가장 낮은 주파수가 된다.

$$\therefore\ x(t) = \cos(2\pi f_a t) = \cos(-80\pi t) = \cos(80\pi t)$$

9.25 정현파 $x(t) = \cos(44\pi t + \phi)$가 샘플링 주파수 $f_s = 500$[Hz]로 샘플링하였다.

(a) 샘플링 결과로 얻은 이산 정현파 신호 $x[n] = x(nT_s)$는 $x(t)$의 한 주기 동안 몇개의 샘플을 취하는가?

*Ans)* $x[n] = x(nT_s) = \cos(44\pi n T_s + \phi) = \cos(0.088\pi n + \phi)$

$$0.088\pi n \le 2\pi$$

$$\therefore\ n \le \frac{2}{0.088} = 22.73 \quad \rightarrow \quad n = 0,\ 1,\ \cdots,\ 22\text{까지 23개 샘플}$$

(b) 이산 정현파 신호 $x[n]$의 주기를 구하라.

*Ans)* $x[n]$의 주기는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$N = \frac{2\pi}{\Omega_0}k = \frac{2\pi}{0.088\pi}k = \frac{250}{11}k = 250$$

(c) 다른 정현파 신호 $y(t)$를 같은 샘플링 주파수로 샘플링할 때 $y(nT_s) = x(nT_s)$를 만족하는 $\omega_0 > 88\pi$인 가장 낮은 주파수 $\omega_0$를 구하라.

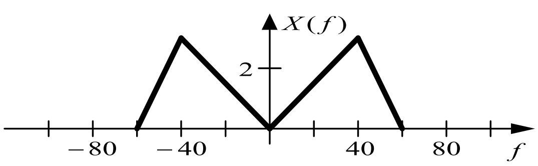
*Ans)* $y(t) = \cos(\omega_9 t + \phi)$라고 하면 $y[n] = \cos(\omega_0 n T_s + \phi)$가 된다. $y(nT_s) = x(nT_s)$가 되려면

$$\omega_0 n T_s = 44\pi n T_s + 2\pi l n$$

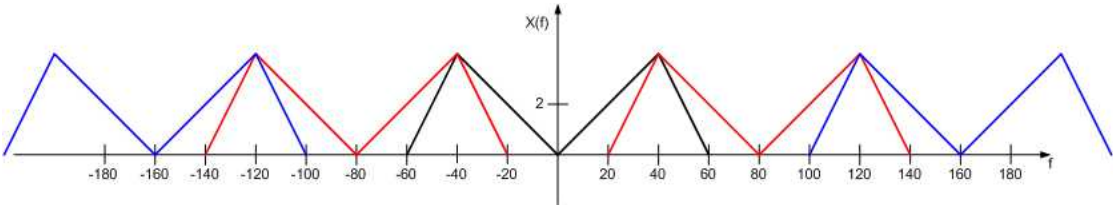
따라서 $\omega_0$는 다음 관계를 만족하는 가장 작은 주파수($l = 1$의 경우)를 찾으면 된다.

$$\omega_0 = 44\pi + \frac{2\pi l}{T_s} = 44\pi + 1000\pi = 1{,}044\pi$$

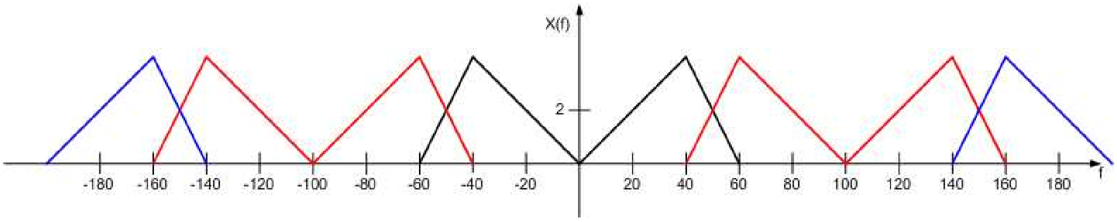
9.26 연속 신호 $x(t)$가 다음 그림과 같은 주파수 스펙트럼을 가진다고 하자. 샘플링 주파수 80[Hz], 100[Hz], 120[Hz], 140[Hz]로 각각 샘플링하여 $|f| \le 180$[Hz]의 범위 내에서 샘플링된 신호의 주파수 스펙트럼을 그려라. 이상적인 저역 통과 필터를 이용한 신호 복원을 위해서는 어떤 샘플링 주파수를 선택해야 하는가?



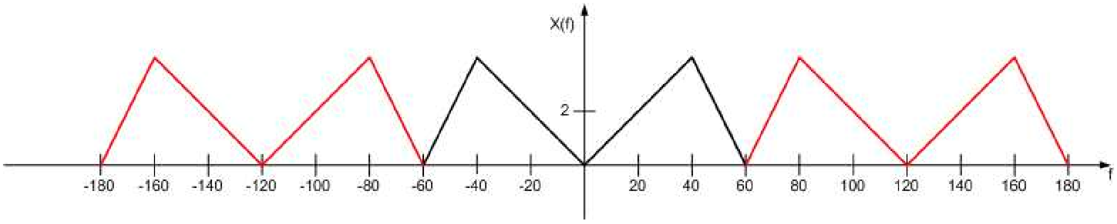
*Ans)* 주어진 각 샘플링율에 대해 주파수 스펙트럼을 그리면



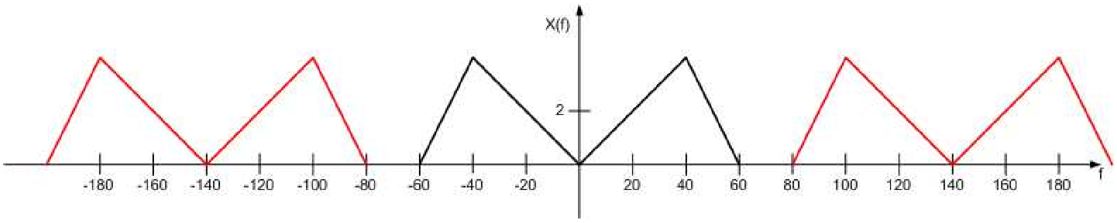

샘플링율 80Hz




샘플링율 100Hz




샘플링율 120Hz




샘플링율 140Hz

그림에서 보면 샘플링율 80, 100[Hz]의 두 경우는 스펙트럼이 겹치는 주파수 중첩 현상이 일어난다. 따라서 이상적인 저역통과 필터를 이용하여 신호를 복원하기 위해서는 스펙트럼의 중첩이 일어나지 않는 120 또는 140[Hz]의 샘플링율을 갖도록 해야 한다.

9.27 $x(t)$의 나이퀴스트 샘플링 주파수가 $f_s$일 때, 다음의 각 신호들의 나이퀴스트 샘플링 주파수를 구하라.

(a) $x(2t)$

*Ans)* 예를 들어 신호 $x(t)$가 다음과 같다고 하면

$$x(t) = \cos(2\pi f_b t) \quad \rightarrow \quad f_s = 2f_b$$

$$x(2t) = \cos(2\pi f_b 2t) = \cos(2\pi(2f_b)t)$$

$$\therefore\ f_b' = 2f_b \quad \rightarrow \quad \therefore\ f_s' = 2f_b' = 2(2f_b) = 2f_s$$

(b) $\dfrac{dx(t)}{dt}$

*Ans)* (a)에서와 마찬가지로 $x(t)$를 가정하면

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2\pi f_b \sin(2\pi f_b t) \quad \rightarrow$$

$\therefore\ f_b{}' = f_b \quad \rightarrow \quad \therefore\ f_s{}' = 2f_b{}' = 2(f_b) = f_s$

(c) $x^2(t)$

*Ans)* (a)에서와 마찬가지로 $x(t)$를 가정하면

$$x^2(t) = \cos^2(2\pi f_b t) = \frac{1+\cos(2\times 2\pi f_b t)}{2} = \frac{1+\cos(2\pi(2f_b)t)}{2}$$

$\therefore\ f_b{}' = 2f_b \quad \rightarrow \quad \therefore\ f_s{}' = 2f_b{}' = 2(2f_b) = 2f_s$

(d) $x(t)\cos(2\pi f_0 t)$

*Ans)* (a)에서와 마찬가지로 $x(t)$를 가정하면

$$x(t)\cos(2\pi f_0 t) = \cos(2\pi f_b t)\cos(2\pi f_0 t) = \frac{\cos(2\pi(f_b - f_0)t) + \cos(2\pi(f_b+f_0)t)}{2}$$

$\therefore\ f_b{}' = f_b + f_0 \quad \rightarrow \quad \therefore\ f_s{}' = 2f_b{}' = 2(f_b+f_0) = f_s + 2f_0$

9.28 다음과 같은 신호 $x(t)$를 샘플링 주파수 $f_s$로 샘플링한 뒤 차단 주파수 $f_c = f_s/2$인 저역 통과 필터로 복원할 경우에 복원 신호 $x_r(t)$를 결정하라.

$$x(t) = \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(14\pi t) + \sin(18\pi t)$$

(a) $f_s = 4[\text{Hz}]$

*Ans)* $x_r(t) = \sin(2\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) = \sin(2\pi t)$

(b) $f_s = 8[\text{Hz}]$

*Ans)* $x_r(t) = \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(-10\pi t) + \sin(-6\pi t) = \sin(2\pi t)$

(c) $f_s = 12[\text{Hz}]$

*Ans)* $x_r(t) = \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(-6\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) = \sin(2\pi t)$

(d)$f_s = 16[\text{Hz}]$

*Ans)* $x_r(t) = \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(14\pi t) + \sin(-14\pi t)$
$= \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t)$

9.29 어떤 소리 신호가 다음과 같은 식으로 표현된다. 단 시간의 단위는 [msec]이다.

$$x(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t) + 2C\cos(50\pi t)$$
$$+ 2D\cos(60\pi t) + 2E\cos(90\pi t) + 2F\cos(125\pi t)$$

(a) 이 신호는 몇 개의 주파수로 구성되어 있는가? 어떤 주파수가 가청 가능한지 선택하고 이유를 설명하라.

*Ans)* 주파수 성분=6개 : $f_A = 5\text{kHz}$, $f_B = 15\text{kHz}$, $f_C = 25\text{kHz}$, $f_D = 30\text{kHz}$, $f_E = 45\text{kHz}$, $f_F = 62.5\text{kHz}$

가청 가능 성분 : $x_{au}(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t)$

(b) 이 신호를 다음 그림과 같이 전처리 필터 $H(\omega)$에 의해 필터링한 뒤에 필터 출력 $y(t)$를 $f_s = 40[\text{kHz}]$로 샘플링하여 다시 신호 복원기를 거쳐 아날로그 신호 $y_r(t)$를 얻는다고 하자.


다음의 각 경우에 대한 $y(t)$와 $y_r(t)$를 결정하라.

( i ) 전처리 필터가 없는 경우, 즉 $H(f)=1,\ \forall f$

(ii) 전처리 필터가 차단 주파수 $f_c = f_s/2 = 20$[kHz]인 이상적인 필터

*Ans)*

( i ) 전처리 필터가 없는 경우, 즉 $H(f)=1,\ \forall f$

전처리 필터가 없으므로 $y(t)=x(t)$

| $f_s$ | $f_m$ / $f_{mr}$ | 5 | 15 | 25 | 30 | 45 | 62.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 40[kHz] | $f_m \bmod f_s$ | 5 | 15 | -15 | -10 | 5 | -17.5 |

$$\begin{aligned} y_r(t) &= 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t) + 2C\cos(-2\pi 15t) \\ &\qquad + 2D\cos(-2\pi 10t) + 2E\cos(2\pi 5t) + 2F\cos(-2\pi 17.5t) \\ &= 2(A+E)\cos(10\pi t) + 2(B+C)\cos(30\pi t) + 2D\cos(20\pi t) + 2F\cos(35\pi t) \end{aligned}$$

즉 5[kHz], 15[kHz] 성분은 크기가 변하고 새롭게 10[kHz], 17.5[kHz] 성분이 추가된다.

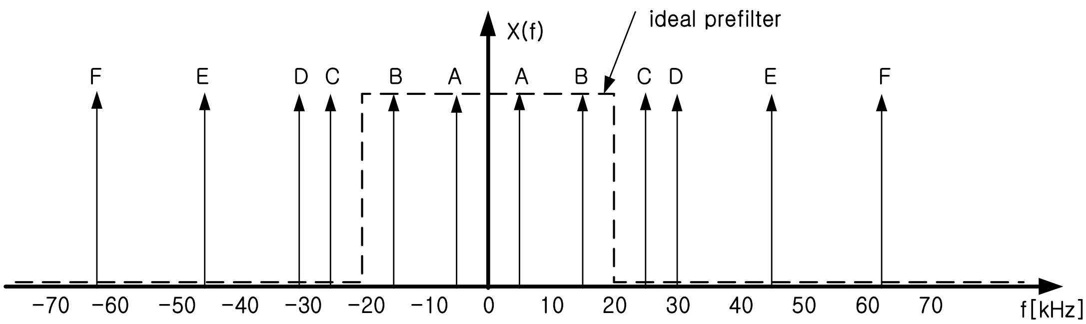
(ii) 차단 주파수가 $f_s/2 = 20$[㎑]인 이상적인 필터를 사용할 경우

입력 신호 $x(t)$에서 샘플러의 나이퀴스트 주파수를 넘어서는 성분을 제거한다.

$$y(t) = x_{au}(t)$$

샘플러에 들어오는 입력은 나이퀴스트 주파수 이하의 성분들로 이루어져 있으므로 샘플링 후 복원시 출력은 샘플러의 입력과 동일해진다.

$$\therefore\ y_r(t) = x_{au}(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t)$$




9.30 영화와 같은 동영상은 정지 화상, 즉 프레임$^{\text{frame}}$을 연속해서 보여주어 착시 현상을 일으키는 것으로, 엄밀히 얘기해서 연속 화상의 샘플링에 대응된다고 할 수 있다. 보통 초당 30 프레임을 사용하므로 영화의 화상 샘플링 주파수는 $f_s = 30$[samples/sec]라고 할 수 있다. 서부 영화에 나오는 마차 바퀴나 영화 <벤허>의 전차 경주 시합 장면의 전차 바퀴가 천천히 앞뒤로 돌아가거나 가만히 정지해 있는 화면을 볼 수 있는데, 이는 주파수 중첩의 결과와 비슷하다. 만약 마차(전차)가 오른쪽에서 왼쪽으로 이동한다면 바퀴는 반시계 방향으로 $\omega_0$의 각속도로 회전하는 것처럼 보인다. 바퀴의 반지름을 $r = 0.25$[m]라고 할 때

(a) 바퀴가 겉보기에 가만히 정지해서 나타나는 조건을 구하라.

*Ans)* 회전 운동하는 바큇살 끝의 위치는 $x(t) = re^{j\omega_0 t}$와 같이 회전 페이저로 나타낼 수 있다.

영화에서는 이러한 바퀴살의 회전 운동이 각 프레임으로 샘플링된 것으로 생각할 수 있으므로

$$x[n] = e^{j\omega_0 n T_s}$$

만약 각 프레임 사이에 정확히 정수배의 회전이 이루어진다면, 전혀 움직이지 않는 것으로 보일 것이다.

초당 바퀴 회전 수 = 초당 샘플링 회수 × 정수 ( $N = 30k$, $k =$ 정수 )

$\therefore\ \omega_0 = 2\pi N = 60k\pi, \quad k =$ 정수

또는 마차 속도가

$v = 2\pi r N = 2\pi \times 0.25 \times 30k = 47.12k, \quad k =$ 정수

(b) 바퀴가 겉보기에 천천히 앞으로 돌아갈 때의 조건을 구하라.

*Ans)* 만약 바퀴의 실효 회전이 각 프레임 사이에서 반바퀴( π[rad]) 미만의 각으로 회전한다면 바퀴의 회전 방향은 마차의 선형적인 움직임에 일치하여 시계 반대 방향으로 회전하는 것으로 보일 것이다.

$\therefore\ 2\pi k < \omega_0 T_s < 2\pi k + \pi, \quad k =$ 정수

또는

$$\frac{2\pi}{T_s}k = 60k\pi < \omega_0 < \frac{2\pi}{T_s}k + \frac{\pi}{T_s} = 60k\pi + 30\pi, \quad k = \text{정수}$$

이 조건은 다시 쓰면

$$\frac{2\pi}{T_s}k = k\omega_s < \omega_0 < \frac{2\pi}{T_s}k + \frac{1}{2}\frac{2\pi}{T_s} = k\omega_s + \frac{\omega_s}{2}, \quad k = \text{정수}$$

$k = 0$의 경우는 즉 샘플링 정리를 만족하는 경우로 주파수 중첩이 발생하지 않는 경우이다.

$k \geq 1$의 경우는 협의의 주파수 중첩의 경우에 해당한다.

(c) 바퀴가 겉보기에 천천히 뒤로 돌아갈 때의 조건을 구하라.

*Ans)* 만약 바퀴의 실효 회전이 각 프레임 사이에서 반 바퀴($\pi$[rad])와 한 바퀴( 2π[rad]) 사이의 각으로 회전한다면 바퀴의 회전 방향은 마차의 선형적인 움직임과 반대로 마치 시계 방향으로 회전하는 것으로 보일 것이다.

$\therefore\ 2\pi k + \pi < \omega_0 T_s < 2\pi k + 2\pi, \quad k =$ 정수

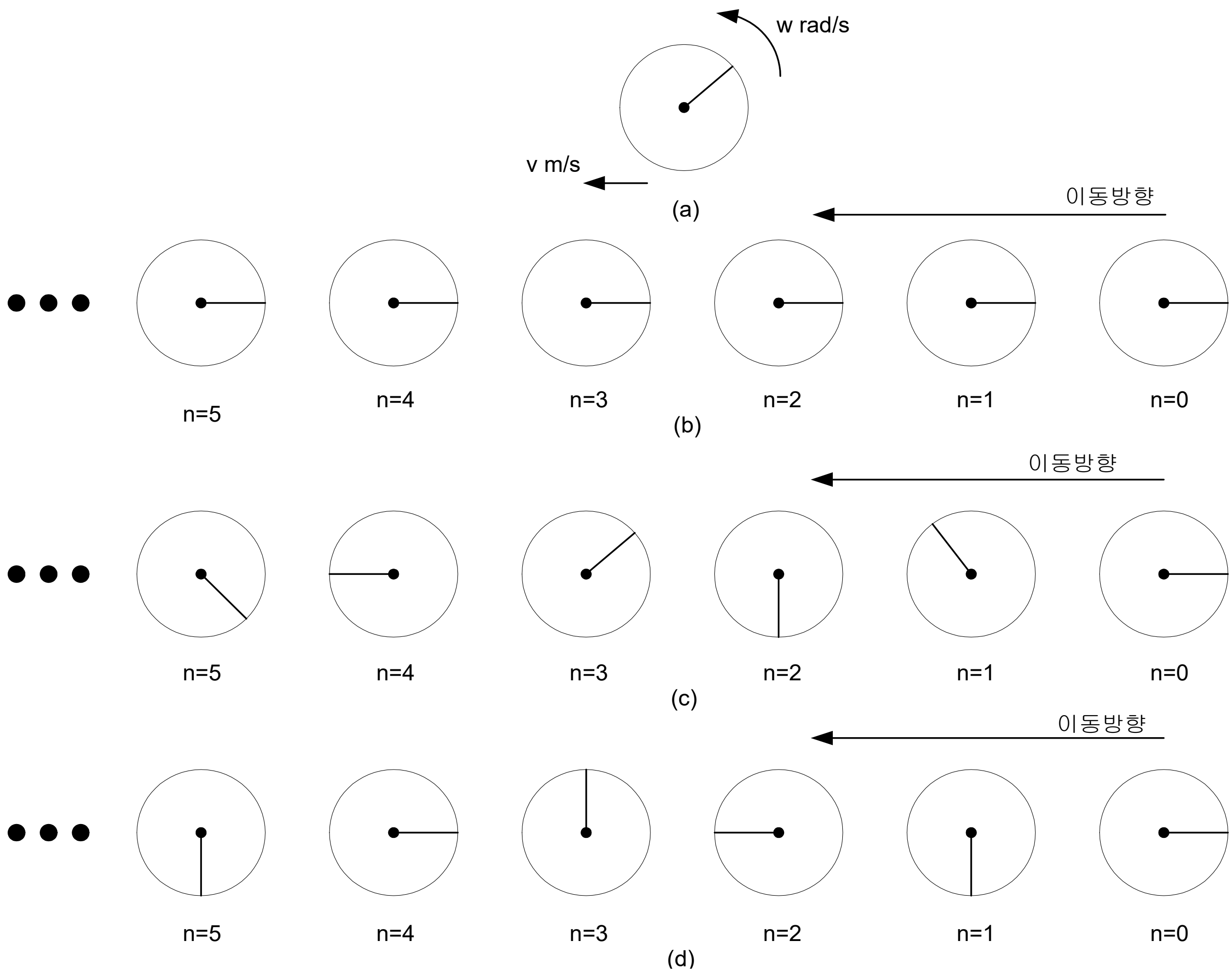
또는

$$\frac{2\pi}{T_s}k + \frac{\pi}{T_s} = 60k\pi + 30\pi < \omega_0 < \frac{2\pi}{T_s}k + \frac{2\pi}{T_s} = 60k\pi + 60\pi, \quad k = \text{정수}$$

이 조건은 다시 쓰면

$$\frac{2\pi}{T_s}k + \frac{1}{2}\frac{2\pi}{T_s} = k\omega_s + \frac{\omega_s}{2} < \omega_0 < \frac{2\pi}{T_s}k + \frac{2\pi}{T_s} = k\omega_s + \omega_s, \quad k = \text{정수}$$

이 경우는 음의 주파수에 해당되는 alias로 인식되어 회전 방향이 반대인 것처럼 보이게 되는 것이다.



w rad/s
v m/s
(a)
이동방향
n=5
n=4
n=3
n=2
n=1
n=0
(b)
이동방향
n=5
n=4
n=3
n=2
n=1
n=0
(c)
이동방향
n=5
n=4
n=3
n=2
n=1
n=0
(d)