

Chapter 01 선형대수학의 개요

【 1-1 프로그램 실행 결과】

```
Input the number of values to be added =>
3
10
20
30
Sum = 60
```

【 1-2 프로그램 실행 결과】

```
A = [[1 2 3]
      [4 5 6]
      [7 8 9]]
v = [[1]
      [2]
      [3]]
```

【 1-3 프로그램 실행 결과】

```
A = [[1 2 3]
      [4 5 6]
      [7 8 9]]
v = [[1]
      [2]
      [3]]
A.shape = (3, 3)
v.shape = (3, 1)
w = [1 2 3]
w.shape = (3,)
B = [[1 2 3]
      [4 5 6]]
B.shape = (2, 3)
```

Chapter 02 선형방정식

【 2-1 프로그램 실행 결과】			
a = [[0. 0. 0.]			
[0. 0. 0.]]			
b = [[1. 1.]			
[1. 1.]]			
c = [[3 3]			
[3 3]			
[3 3]]			
d = [[1. 0.]			
[0. 1.]]			

【 2-2 프로그램 실행 결과】			
--- 주어진 문제 ---			
2.00	2.00	4.00	18.00
1.00	3.00	2.00	13.00
3.00	1.00	3.00	14.00
--- 1번째 반복 ---			
1.00	0.33	1.00	4.67
0.00	2.67	1.00	8.33
0.00	1.33	2.00	8.67
--- 2번째 반복 ---			
1.00	0.00	0.88	3.63
0.00	1.00	0.38	3.12
0.00	0.00	1.50	4.50
--- 3번째 반복 ---			
1.00	0.00	0.00	1.00
0.00	1.00	0.00	2.00
0.00	0.00	1.00	3.00
해:	1.00	2.00	3.00

Chapter 03 행렬

【 3-1 프로그램 실행 결과】

벡터의 결합에 의한 행렬 생성

A = [[1 2 3]

[4 5 6]

[7 8 9]]

B = [[1 4 7]

[2 5 8]

[3 6 9]]

C = [[1 2]

[3 4]

[5 6]]

D = [[1 2 7]

[3 4 8]

[5 6 9]]

행렬의 성분 접근

E[0,3] = 4

E[1,2] = 7

E[0:2, 2] = [3 7]

E[0:2, 2:4] = [[3 4]

[7 8]]

E[2, :] = [9 10 11 12]

성분의 변경

E = [[1 2 3 4]

[5 6 7 8]

[9 10 11 12]]

E[0,0] = 1

[[-1 2 3 4]

[5 6 7 8]

[9 10 11 12]]

E[0,0] = -1

【 3-2 프로그램 실행 결과】

--- A+B ---

3.00 4.00

4.00 7.00

--- A-B ---

-1.00 0.00

2.00 1.00

--- 3*A ---

3.00 6.00

9.00 12.00

```

--- 2*v ---
20.00
40.00

--- matmul(A,B) ---
4.00  8.00
10.00 18.00

--- matmul(A,C) ---
18.00 21.00 24.00
40.00 47.00 54.00

--- A*v ---
10.00 20.00
60.00 80.00

--- matrix_power(A, 2) ---
7.00  10.00
15.00 22.00

--- matrix_power(A, 3) ---
37.00 54.00
81.00 118.00

--- A*B ---
2.00  4.00
3.00 12.00

--- A/B ---
0.50  1.00
3.00  1.33

--- A**2 == A*A ---
1.00  4.00
9.00 16.00

--- A.T ---
1.00  3.00
2.00  4.00

--- v.T ---
10.00 20.00

--- diag(1,2,3) = ---
1.00  0.00  0.00
0.00  2.00  0.00
0.00  0.00  3.00

--- block matrix ---
1.00  2.00  5.00
3.00  4.00  6.00
7.00  7.00  8.00

```

Chapter 04 역행렬

【4-1 프로그램 실행 결과】

```
--- A ---
1.00  2.00
3.00  4.00

--- linalg.matrix_power(A, -1) => Ainv1 ---
-2.00  1.00
1.50  -0.50

--- np.linalg.inv(A) => Ainv2 ---
-2.00  1.00
1.50  -0.50

--- A*Ainv1 ---
1.00  0.00
0.00  1.00

--- A*Ainv2 ---
1.00  0.00
0.00  1.00

--- B = ---
0.72  0.78  0.80
0.10  0.38  0.70
0.31  0.63  0.74

--- Binv = ---
3.28  1.48  -4.95
-2.91 -5.85  8.68
1.12  4.40  -4.02

--- B*Binv = ---
1.00  -0.00  0.00
0.00  1.00  0.00
-0.00 -0.00  1.00

--- x ---
1.31
-0.38
-0.31
-0.77

--- C*x ---
4.00
2.00
5.00
1.00
```

【 4-2 프로그램 실행 결과】

--- A ---

5.00	3.00	2.00	1.00
6.00	2.00	4.00	5.00
7.00	4.00	1.00	3.00
4.00	3.00	5.00	2.00

--- L ---

1.00	0.00	0.00	0.00
6.00	1.00	0.00	0.00
7.00	1.06	1.00	0.00
4.00	0.56	-1.15	1.00

--- U ---

5.00	3.00	2.00	1.00
0.00	-16.00	-8.00	-1.00
0.00	0.00	-4.50	-2.94
0.00	0.00	0.00	-4.81

--- x ---

-0.06
1.54
-0.38
0.46

Chapter 05 행렬식

【 5-1 프로그램 실행 결과】

```
A = [[-4  0  2 -1  0]
      [ 1  3 -3 -1  4]
      [ 2  0  1  3  0]
      [-2  1 -3 -1  5]
      [ 1 -5  1  0  5]]
det(A) = -997.0
```

【 5-2 프로그램 실행 결과】

```
A = [[-4  0  2 -1  0]
      [ 1  3 -3 -1  4]
      [ 2  0  1  3  0]
      [-2  1 -3 -1  5]
      [ 1 -5  1  0  5]]
A inverse = [[-0.07321966  0.2106319 -0.03610832 -0.24573721  0.0772317 ]
              [ 0.16950853  0.26579739  0.09729188 -0.14343029 -0.06920762]
              [ 0.32397192  0.30090271  0.09127382 -0.35105316  0.11033099]
              [-0.05917753 -0.24072217  0.32698094  0.28084253 -0.08826479]
              [ 0.11935807  0.16349047  0.08625878 -0.02407222  0.09327984]]
```

【 5-3 프로그램 실행 결과】

```
A = [[ 2 -1  5  1]
      [ 3  2  2 -6]
      [ 1  3  3 -1]
      [ 5 -2 -3  3]]
B = [[ -3]
      [-32]
      [-47]
      [ 49]]
X = [ 2. -12. -4.  1.]
```

Chapter 06 벡터

【 6-1 프로그램 실행 결과】

결합한 힘의 크기 : 212.56671821060448
결합한 힘의 방향 : 46.395392948206855

【 6-2 프로그램 실행 결과】

A와 B의 사이각 : [[7.52871961]]
A의 B 위로의 정사영 :
[[0.09090909]
[-0.09090909]
[0.27272727]]

【 6-3 프로그램 실행 결과】

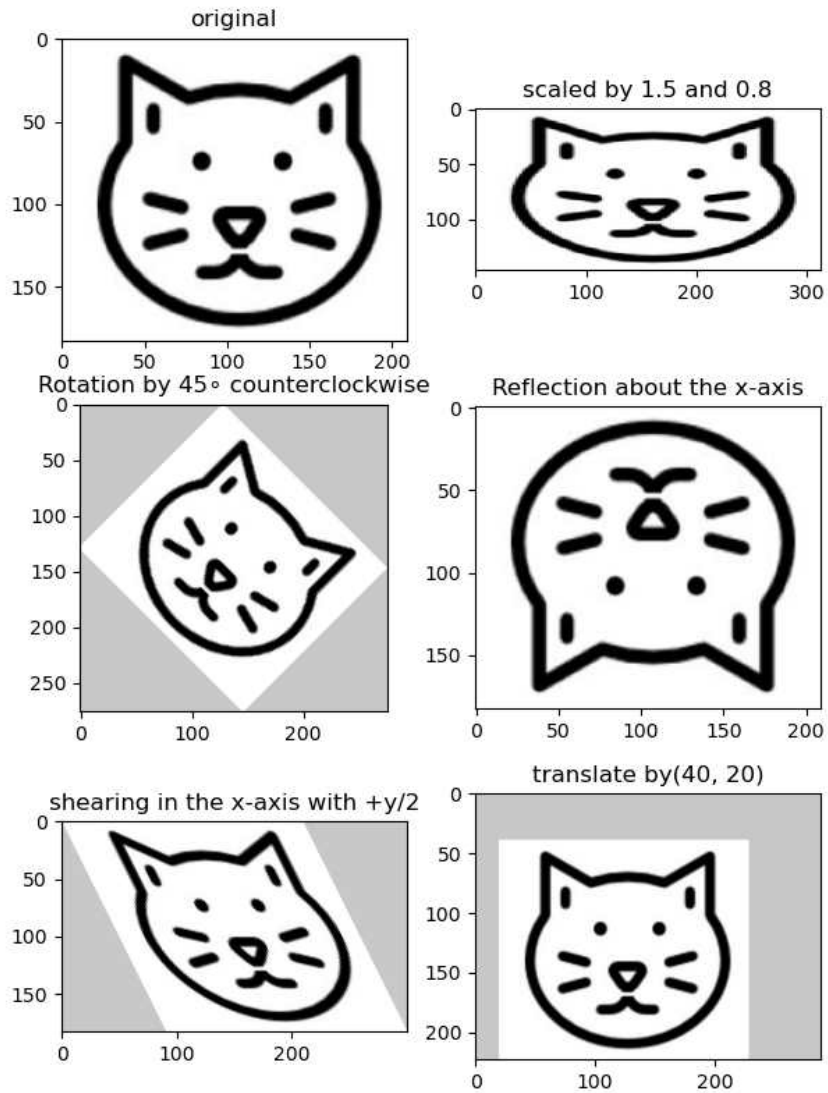
부피 : 9.000000000000002

【 6-4 프로그램 실행 결과】

거리 : 3.2071349029490928

Chapter 07 선형변환

【 7-1 프로그램 실행 결과】



【 7-2 프로그램 실행 결과】

--- A ---

1.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.00

rank(A) = 4

--- B ---

0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00

rank(B) = 0

--- C ---

2.00	5.00	-3.00	-4.00	8.00
4.00	7.00	-4.00	-3.00	9.00
6.00	9.00	-5.00	2.00	4.00
0.00	-9.00	6.00	5.00	-6.00

rank(C) = 3

--- C^T ---

2.00	4.00	6.00	0.00
5.00	7.00	9.00	-9.00
-3.00	-4.00	-5.00	6.00
-4.00	-3.00	2.00	5.00
8.00	9.00	4.00	-6.00

rank(C^T) = 3

Chapter 08 고윳값과 고유벡터

【 8-1 프로그램 실행 결과】

```
A의 고윳값 = [ 3. -7.]
A의 고유벡터 = [[ 0.9486833 -0.31622777]
 [ 0.31622777 0.9486833 ]]

B의 고윳값 = [6. 7. 3.]
B의 고유벡터 = [[ 0.          0.57735027  0.36650833]
 [ 0.          0.57735027 -0.36650833]
 [ 1.          0.57735027  0.85518611]]
```

【 8-2 프로그램 실행 결과】

Iris data set : 150 records with 5 attributes

First 5 records in iris data

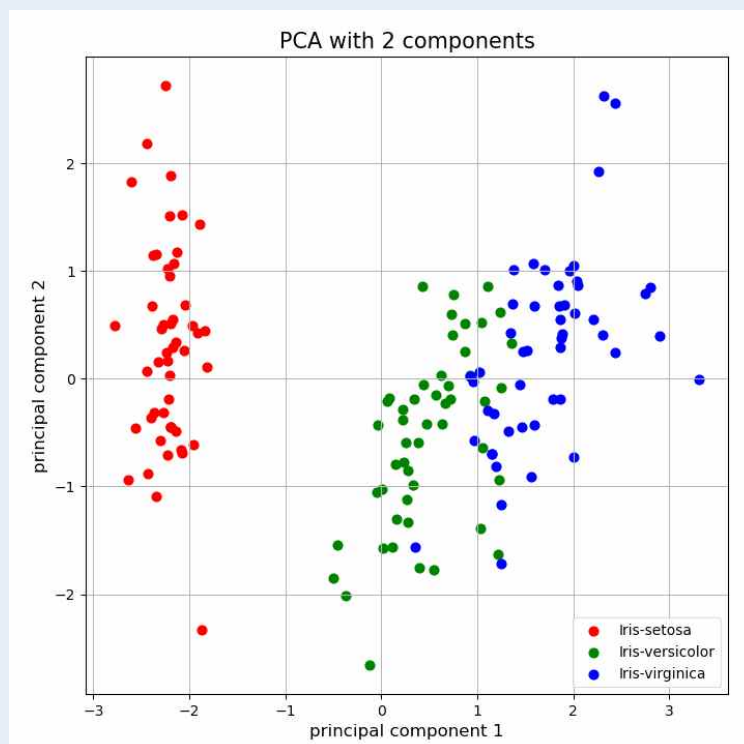
	sepal length	sepal width	petal length	petal width	target
0	5.1	3.5	1.4	0.2	Iris-setosa
1	4.9	3.0	1.4	0.2	Iris-setosa
2	4.7	3.2	1.3	0.2	Iris-setosa
3	4.6	3.1	1.5	0.2	Iris-setosa
4	5.0	3.6	1.4	0.2	Iris-setosa

First principal axis: [0.52237162 -0.26335492 0.58125401 0.56561105]

Second principal axis: [0.37231836 0.92555649 0.02109478 0.06541577]

First 5 Transformed records

	principal component 1	principal component 2	target
0	-2.264542	0.505704	Iris-setosa
1	-2.086426	-0.655405	Iris-setosa
2	-2.367950	-0.318477	Iris-setosa
3	-2.304197	-0.575368	Iris-setosa
4	-2.388777	0.674767	Iris-setosa



Chapter 09 직교성

【9-1 프로그램 실행 결과】

그람-슈미트 과정을 이용한 직교기저

--- 열벡터 ---

3.00	1.00
2.00	2.00

--- 직교기저 ---

0.83	-0.55
0.55	0.83

--- 열벡터 ---

1.00	1.00	0.00
1.00	3.00	1.00
2.00	-1.00	1.00

--- 직교기저 ---

0.41	0.21	-0.89
0.41	0.83	0.38
0.82	-0.52	0.25

--- 열벡터 ---

1.00	1.00	1.00
2.00	2.00	0.00
3.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00

--- 직교기저 ---

0.27	0.36	0.60
0.53	0.72	-0.30
0.80	-0.60	0.00
0.00	0.00	0.75

QR 분해

--- C ---

1.00	1.00	1.00
2.00	2.00	0.00
3.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00

--- Q ---

-0.27	-0.36	0.60
-0.53	-0.72	-0.30
-0.80	0.60	0.00
-0.00	-0.00	0.75

--- R ---

-3.74	-1.34	-0.27
0.00	-1.79	-0.36
0.00	0.00	1.34

```

--- Q*R ---
1.00  1.00  1.00
2.00  2.00  0.00
3.00 -0.00  0.00
0.00  0.00  1.00

```

【 9-2 프로그램 실행 결과】

행렬방정식의 최적근사해

```

--- Ax = b의 A ---
1.00  1.00
2.00  1.00
3.00  1.00
4.00  1.00

```

```

--- Ax = b의 b ---
3.50
4.30
7.20
8.00

```

```

--- Ax = b의 해(x) ---
1.64
1.65

```

QR 분해를 이용한 행렬방정식의 최적근사해

```

--- Cx = d의 C ---
1.00  3.00  5.00
1.00  1.00  0.00
1.00  1.00  2.00
1.00  3.00  3.00

```

```

--- Cx = d의 d ---
3.00
5.00
7.00
-3.00

```

```

--- Cx = d의 해(x) ---
10.00
-6.00
2.00

```

【 9-3 프로그램 실행 결과】

이산 푸리에 변환 결과 : [4.+0.0000000e+00j -1.+1.0000000e+00j 2.+1.2246468e-16j
-1.-1.0000000e+00j]
역 이산 푸리에 변환 결과: [1.00000000e+00-1.91428435e-16j
-1.11022302e-16-1.02440519e-16j
2.00000000e+00+7.73141507e-18j 1.00000000e+00+1.63672859e-16j]

Chapter 10 대각화와 대칭

【 10-1 프로그램 실행 결과】

고윳값 분해

--- 행렬 A ---

3.00 1.00

2.00 2.00

--- 고윳값 행렬 L ---

4.00 0.00

0.00 1.00

--- 고유벡터 행렬 S ---

0.71 -0.45

0.71 0.89

--- S^*L*S^{-1} ---

3.00 1.00

2.00 2.00

--- 행렬 B ---

1.00 1.00 0.00

1.00 3.00 1.00

2.00 -1.00 1.00

--- 고윳값 행렬 L ---

3.36+0.00j 0.00+0.00j 0.00+0.00j

0.00+0.00j 0.82+0.90j 0.00+0.00j

0.00+0.00j 0.00+0.00j 0.82-0.90j

--- 고유벡터 행렬 S ---

0.39+0.00j -0.19+0.29j -0.19-0.29j

0.92+0.00j -0.22-0.22j -0.22+0.22j

-0.06+0.00j 0.88+0.00j 0.88-0.00j

--- S^*L*S^{-1} ---

1.00-0.00j 1.00+0.00j -0.00-0.00j

1.00+0.00j 3.00-0.00j 1.00-0.00j

2.00+0.00j -1.00-0.00j 1.00-0.00j

【 10-2 프로그램 실행 결과】

C1의 평균벡터 = [3. 3.6]

C2의 평균벡터 = [8.4 7.6]

C1에 대한 부류 내의 산포 행렬 = $\begin{bmatrix} 4. & -2. \\ -2. & 13.2 \end{bmatrix}$

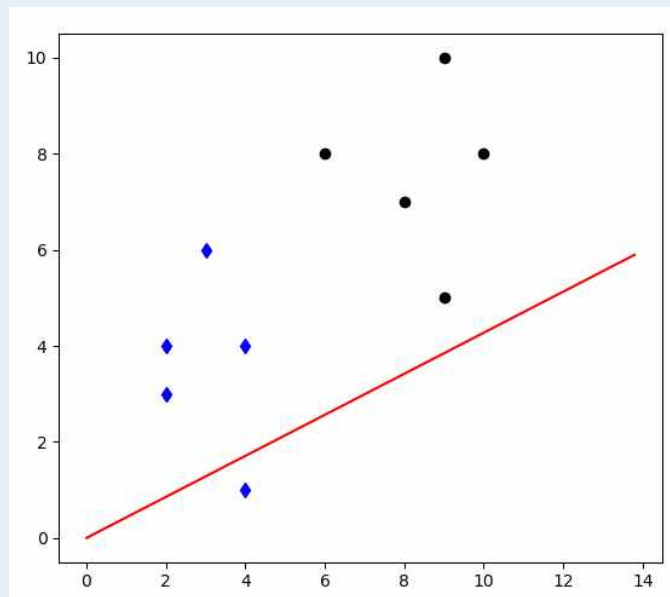
C2에 대한 부류 내의 산포 행렬 = $\begin{bmatrix} 9.2 & -0.2 \\ -0.2 & 13.2 \end{bmatrix}$

C1, C2에 대한 부류 내의 산포 행렬의 합 = $\begin{bmatrix} 13.2 & -2.2 \\ -2.2 & 26.4 \end{bmatrix}$

부류 간의 산포 행렬 = $\begin{bmatrix} 29.16 & 21.6 \\ 21.6 & 16. \end{bmatrix}$

$S_w^{-1} \cdot S_b$ 의 고윳값 = [3.13137004+0.j 0. +0.j]

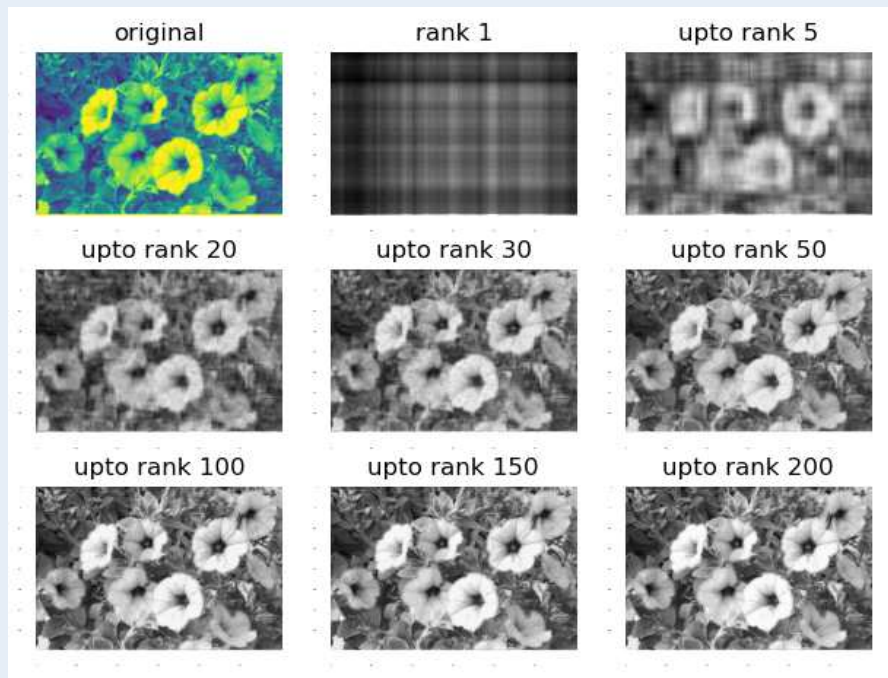
LDA 정사영벡터 = [0.91955932 0.39295122]



Chapter 11 특잇값 분해

【 11-1 프로그램 실행 결과】									
특잇값 분해									
--- 데이터 ---									
1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00
11.00	12.00	13.00	14.00	15.00	16.00	17.00	18.00	19.00	20.00
21.00	22.00	23.00	24.00	25.00	26.00	27.00	28.00	29.00	30.00
--- U ---									
-0.19	0.89	0.41							
-0.51	0.26	-0.82							
-0.84	-0.37	0.41							
--- Sigma ---									
96.97	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	7.26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
--- V^T ---									
-0.24	-0.26	-0.27	-0.29	-0.30	-0.32	-0.34	-0.35	-0.37	-0.38
-0.54	-0.43	-0.32	-0.21	-0.10	0.01	0.12	0.23	0.34	0.44
-0.72	0.22	0.36	0.23	0.12	0.28	-0.35	0.06	-0.00	-0.20
-0.03	-0.18	-0.38	0.89	-0.08	-0.12	0.03	-0.07	-0.05	-0.01
-0.08	-0.06	-0.31	-0.09	0.92	-0.12	-0.01	-0.10	-0.10	-0.07
0.07	0.08	-0.47	-0.10	-0.08	0.84	0.04	-0.14	-0.14	-0.09
-0.34	0.17	0.06	-0.02	-0.06	-0.08	0.86	-0.16	-0.19	-0.23
-0.02	0.33	-0.33	-0.06	-0.07	-0.17	-0.03	0.80	-0.23	-0.22
-0.03	0.45	-0.31	-0.04	-0.07	-0.17	-0.05	-0.23	0.73	-0.27
-0.13	0.57	-0.16	-0.02	-0.06	-0.16	-0.11	-0.26	-0.32	0.65
--- 재구성한 데이터 ---									
1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00
11.00	12.00	13.00	14.00	15.00	16.00	17.00	18.00	19.00	20.00
21.00	22.00	23.00	24.00	25.00	26.00	27.00	28.00	29.00	30.00

【 11-2 프로그램 실행 결과】



【 11-3 프로그램 실행 결과】

