

MSE, MATLAB으로 배우는 공학 수치해석(개정판)

[연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

Chapter 06 연습문제 풀이

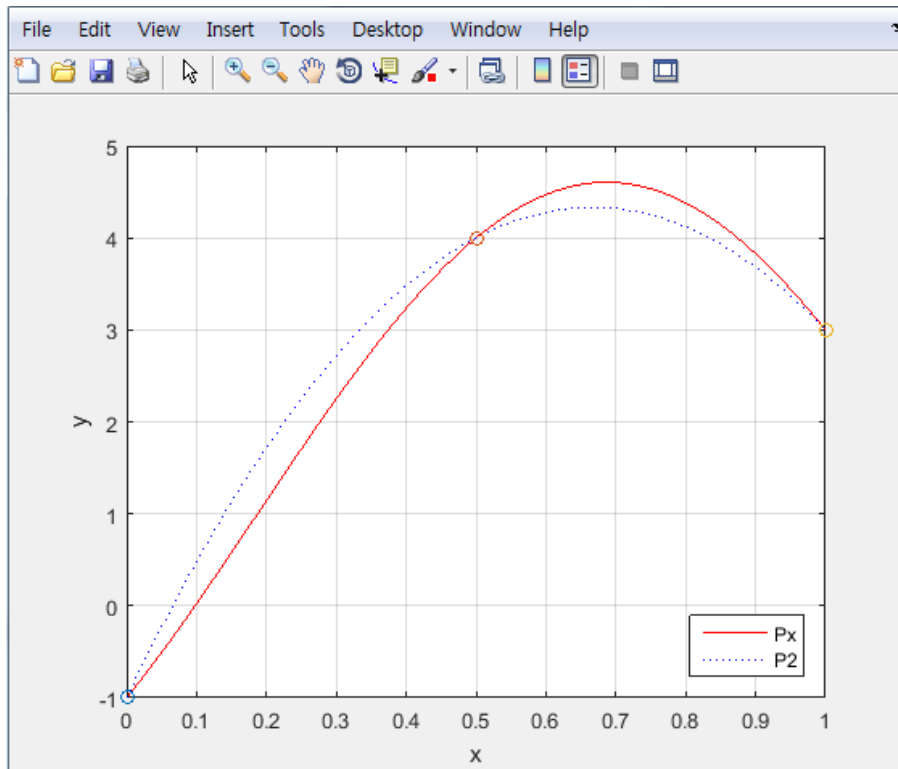
6.1

(a) $\alpha = 1, \beta = -2, \gamma = 3$

$$P(x) = 1 - 2\cos(\pi x) + 3\sin(\pi x)$$

(b) $P_2(x) = -12x^2 + 16x - 1$

(c)



6.2

본문의 식 (6.3b)에 y_0 과 y_1 대신에 $f(x_0)$ 과 $f(x_1)$ 을 대입하여 풀면 다음의 식을 얻는다.

$$P_1(x) = \frac{(x_1 - x)f(x_0) + (x - x_0)f(x_1)}{x_1 - x_0}$$

문제 풀이를 쉽게 하기 위해서 위 식 분자 부분에 $(x - x_0)f(x_0)$ 를 한번씩 더하고 빼준다.

$$P_1(x) = \frac{(x_1 - x)f(x_0) + (x - x_0)f(x_0) - (x - x_0)f(x_0) + (x - x_0)f(x_1)}{x_1 - x_0}$$

분자의 항들을 다시 정리하면 다음과 같은 과정을 보인다.

$$P_1(x) = \frac{(x_1 - x_0)f(x_0) + (x - x_0)[f(x_1) - f(x_0)]}{x_1 - x_0}$$

$$P_1(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}[f(x_1) - f(x_0)]$$

정의된 $\xi = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$ 을 대입하면 다음과 같은 원하는 결과가 된다.

$$P_1(x) = f(x_0) + \xi[f(x_1) - f(x_0)]$$

6.3

$$\ln 5.8 = 1.609 + \left(\frac{1.792 - 1.609}{6 - 5} \right) (5.8 - 5) = 1.7554$$

$$\text{경계 오차: } |\ln 5.8 - P_1(5.8)| \leq |(5.8 - 5)(5.8 - 6)| \left| \frac{1}{(5)^2(2)} \right| = 0.0032$$

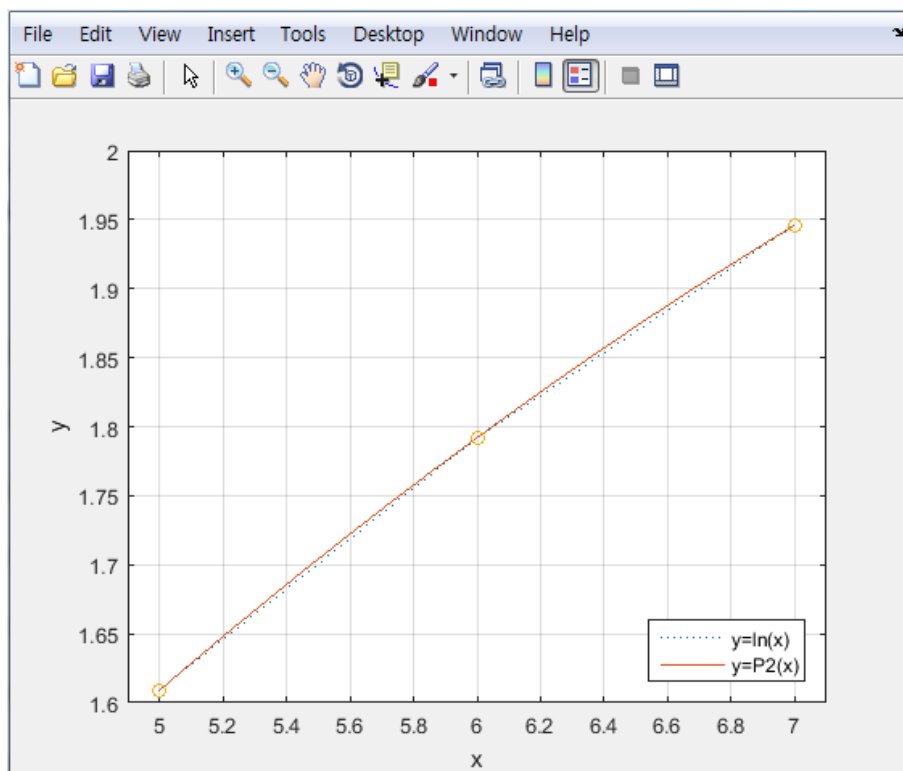
6.4

$$P_2(5.8) = 1.609 \times 0.12 + 1.792 \times 0.96 + 1.946 \times (-0.08) = 1.7577$$

$$\text{경계 오차: } |\ln 5.8 - P_2(5.8)| \leq |(5.8 - 5)(5.8 - 6)(5.8 - 7)| \left| \frac{2}{(5)^3(6)} \right| = 0.000512$$

6.5

```
P6_5.m x +
1 % Problem 6.5
2 x = [5,6,7];
3 y = [1.609,1.792,1.946];
4 a1 = [-0.0145,0.3425,0.259];
5 x1 = 5:0.01:7;
6 y1 = log(x);
7 f1 = polyval(a1,x1);
8 plot(x,y1,':');
9 hold on;
10 plot(x1,f1);
11 plot(x,y,'o');
12 xlabel('x');
13 ylabel('y');
14 axis([4.9 7.1 1.6 2.0]);
15 legend('y=ln(x)', 'y=P2(x)', 'location','se');
16 grid on;
```



6.6

$$P_3(x) = -\frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3) - \frac{1}{2}x(x-1)(x-3) = -(x-1)^2(x-3)$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) \approx P_3\left(\frac{1}{4}\right) = -\left(\frac{1}{4}-1\right)^2\left(\frac{1}{4}-3\right) = \frac{99}{64}$$

6.7

$$\left|f\left(\frac{1}{4}\right) - P_3\left(\frac{1}{4}\right)\right| \leq \frac{|(1/4-0)(1/4-1)(1/4-2)(1/4-3)|}{4!} M_4 = \frac{77}{2048} M_4$$

6.8

$$f[1, 0.25, 0, 0.5] = -0.088$$

$$P_3(x) = -0.088x^3 - 0.534x^2 + 1.003x + 1$$

6.9

$$f'(x) = \frac{1}{x}, \quad f''(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$0 \leq \ln(x) - P_1(x) \approx (x - x_1)(x_2 - x) \left[\frac{1}{2x_1^2} \right]$$

$$m = \frac{2}{h} + 1 = 708.2 \approx 709$$

6.10

$$f^{(3)}(x) = \frac{2}{x^3}.$$

$$m = \frac{2}{h} + 1 = 101.8 \approx 102$$

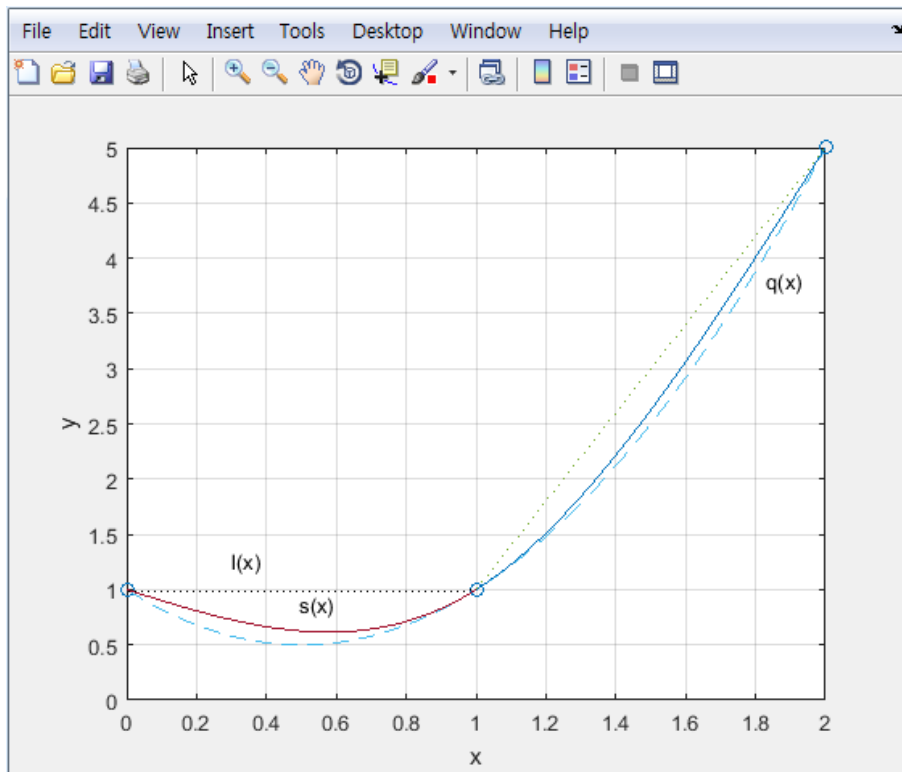
6.11

$$(a) \quad l(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 4x - 3, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$(b) \quad q(x) = 2x^2 - 2x + 1, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$(c) \quad s(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ -x^3 + 6x^2 - 7x + 3, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

6.12



6.13

$$l(x) = \begin{cases} -2x+5, & 1 \leq x \leq 2 \\ x-1, & 2 \leq x \leq 3 \\ x-1, & 3 \leq x \leq 4 \\ -x+7, & 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

(1) 구간 $1 \leq x \leq 2$

$$s(x) = \frac{(2-x)^3 \cdot 0 + (x-1)^3 \cdot (129/13)}{6} + (2-x) \cdot 3 + (x-1) \cdot 1$$

$$-\frac{1}{6}[(2-x) \cdot 0 + (x-1) \cdot (129/13)] = \frac{43}{26}x^3 - \frac{129}{26}x^2 + \frac{34}{26}x + 5$$

(2) 구간 $2 \leq x \leq 3$

$$s(x) = \frac{(3-x)^3 \cdot (129/13) + (x-2)^3 \cdot (-24/13)}{6} + (3-x) \cdot 1 + (x-2) \cdot 2$$
$$- \frac{1}{6}[(3-x) \cdot (129/13) + (x-2) \cdot (-24/13)] = \frac{-51}{26}x^3 + \frac{435}{26}x^2 - \frac{1180}{26}x + \frac{1054}{26}$$

(3) 구간 $3 \leq x \leq 4$

$$s(x) = \frac{(4-x)^3 \cdot (-24/13) + (x-3)^3 \cdot (-33/13)}{6} + (4-x) \cdot 2 + (x-3) \cdot 3$$
$$- \frac{1}{6}[(4-x) \cdot (-24/13) + (x-3) \cdot (-33/13)] = \frac{-3}{26}x^3 + \frac{3}{26}x^2 + \frac{116}{26}x - \frac{242}{26}$$

(4) 구간 $4 \leq x \leq 5$

$$s(x) = \frac{(5-x)^3 \cdot (-33/13) + (x-4)^3 \cdot 0}{6} + (5-x) \cdot 3 + (x-4) \cdot 2$$
$$- \frac{1}{6}[(5-x) \cdot (-33/13) + (x-4) \cdot 0] = \frac{11}{26}x^3 - \frac{165}{26}x^2 + \frac{788}{26}x - \frac{1138}{26}$$

6.14

