

4.1 연습문제

1. $p_3(x) = 7 - 2x + x^3$

3. $\ell_2(x) = -(x-4)(x^2-1)/8$

7. $p_3(x) = 2 + (x+1)\left(-3 + (x-1)\left(2 - (x-3)\frac{11}{24}\right)\right)$
(a)

8. $p_4(x) = -1 + (x-1)\left(\frac{2}{3} + (x-2)\left(\frac{1}{8} + (x-2.5)\left(\frac{3}{4} + (x-3)\frac{11}{6}\right)\right)\right)$

9. (a)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 8 & 3 & \boxed{1} \\ 1 & 9 & 14 & \boxed{7} & 1 \\ 2 & 23 & \boxed{35} & 12 & 0 \\ 4 & \boxed{93} & 83 & & \\ 6 & 259 & & & \end{array}$$

(b) $f(4.2)=104.488$

12. $q(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 - \frac{31}{120}(x+2)(x+1)(x)(x-1)(x-2)$

13. (a) $x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

14. $p(x) = x - 2.5$

16. $\alpha_0 = \frac{1}{2}$

18. $2 + x(-1 + (x-1)(1 - (x-3)x))$

19. $p_4(x) = -1 + 2(x+2) - (x+2)(x+1) + (x+2)(x+1)x; \quad p_2(x) = 1 + 2(x+1)x$

22. $p(x) = 0.76(x-1.73)(x-1.82)(x-5.22)(x-8.26)$

25. 1.5727; 이점이 없다.

27. $p(x) = -\frac{3}{5}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + 1$

28. 0.38099; 0.077848

39. 0.85527; 0.87006

40. 나눗셈: $\frac{1}{2^n}(n-1)$; 덧셈/뺄셈: $n(n-1)$

42. 0

45. 거짓, 다항식 $p \leq n-1$ 에 대해 유일하다.

4.1 컴퓨터 연습문제

1.
$$\begin{aligned} p(x) &= 2 + 46(x-1) + 89(x-1)(x-2) \\ &\quad + 6(x-1)(x-2)(x-3) \\ &\quad + 4(x-1)(x-2)(x-3)(x+4) \end{aligned}$$

4.2 연습문제

1. $f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4] = 0$

6. 1.25×10^{-5}

7. 오차: $8.1 \times 10^{-6}, 6.1 \times 10^{-6}$

8. 497

9. 4.105×10^{-14} (정리 1), 1.1905×10^{-23} (정리 2)

10. 2.6×10^{-6}

13. $n \geq 7$

14.
$$\prod_{i=0}^{n-1} |x - x_i| \leq \frac{h^n (2n)!}{2^{2n} n!}$$

16. 그렇다.

4.2 컴퓨터 연습문제

10. $[-1, 1]$ 구간에서, 보간 오류: $f(x) - p(x) = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!} w(x)$
 이때 $w(x) = (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n)$
 $[-1, 1]$ 에서 체비셰프 노드가 최소화된 w 의 무한 노름: $\|w\|_\infty = \max_{-1 \leq x \leq 1} |w(x)|$
 그러므로 오차 공식이 더 유리하다.

4.3 연습문제

1. $-hf''(\xi)$
2. 오차항 $= -hf''(\xi)$ 이때 $\xi \in (0, 2h)$
4. 그러한 식은 존재하지 않는다.
6. 첫 테일러 급수의 점 ξ 는, $\xi \in (x, x+h)$ 와 같고, 두 번째는 $\xi \in (x-h, x)$ 이다. 그들은 같지 않다.
8. (a) $-\frac{2}{3}h^2 f'''(\xi)$
9. (a) $-\frac{h^2}{4} f^{(5)}(\xi)$
 (b) $-\frac{h^2}{6} f^{(6)}(\xi)$
11. $\alpha = 1$, 오차항 $= -\frac{h^2}{6} f'''(\xi)$
 $\alpha \neq 1$, 오차항 $= -(\alpha - 1) \frac{h}{2} f''(\xi)$
12. 어떤 $\xi_i \in (x-h, x+h)$ 에서 오차항 $= -\frac{h^2}{6} \left[f'''(\xi_1) + \frac{1}{2} f^{(4)}(\xi_2) \right]$
13. $p'\left(\frac{x_0 + x_1}{2}\right) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
16. $L \approx 2\varphi\left(\frac{h}{2}\right) - \varphi(h)$
20. $L \approx \left\{ \left[\varphi\left(\frac{h}{2}\right) \right]^2 - \varphi(h)\varphi\left(\frac{h}{3}\right) \right\} /$
 $\left\{ 2\varphi\left(\frac{h}{2}\right) - \varphi(h) - \varphi\left(\frac{h}{3}\right) \right\}$

4.3 컴퓨터 연습문제

3. 0.2021158503